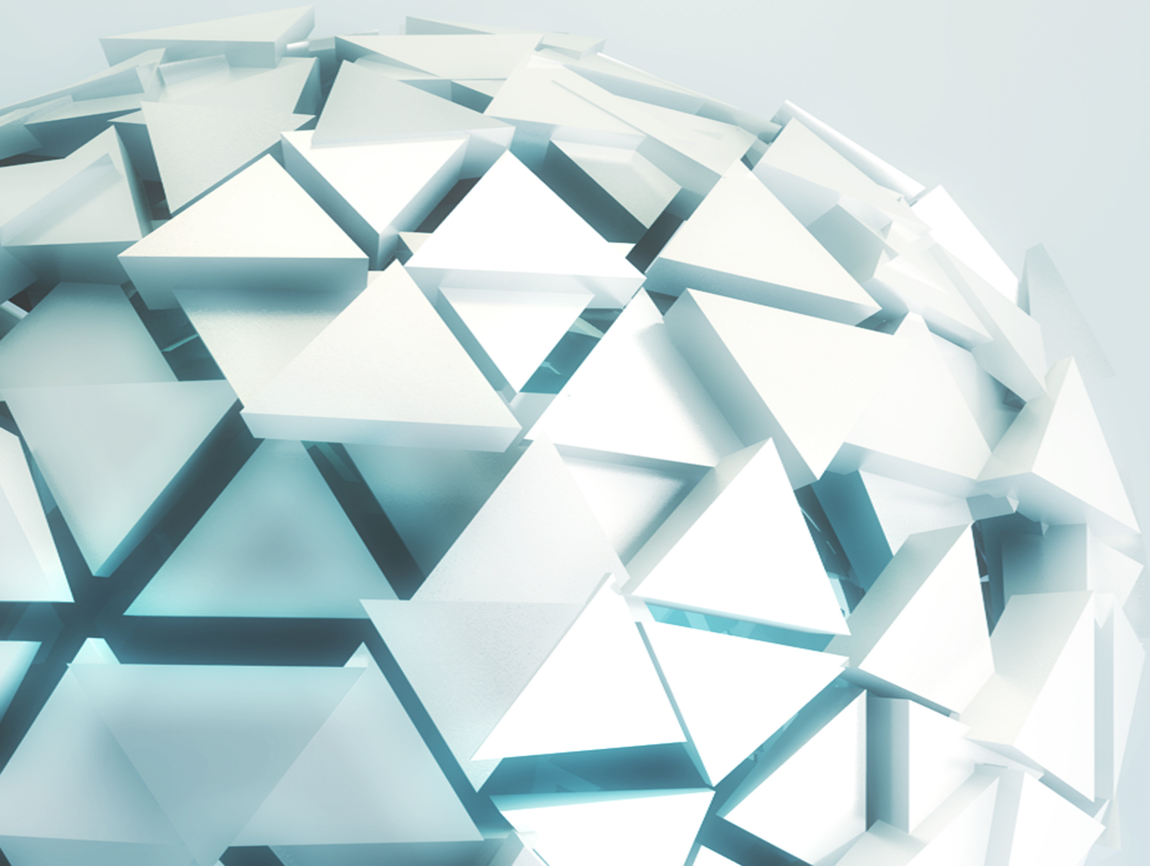
Civilium

اللجنة الأكاديمية لقسم الهندسة المدنية

ملخص

STATICS

إعداد: محمد سلامة

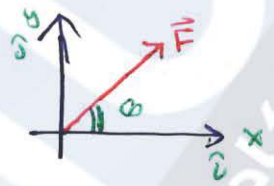


اصنع تغييرا

⇒ Chapter 2: Force vector

⇚ مراجعة سريعة :-

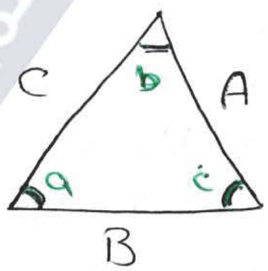
* أولاً :

Scalar	Vector
$F = 50\ N$	$\vec{F} = (5\hat{i} + 6\hat{j})\ N$
$F = 60\ N.$	$\vec{F} = (30\hat{i} + 40\hat{j} + 50\hat{k})\ N$
$F = (\text{رقم})\ N$	$\vec{F} = 30\ N$ with angle $\theta = 30^\circ$ above the x-axis
	
	$\vec{F} = (\text{قيمة}) + (\text{اتجاه})$

* ثانياً :-

⇒ **Cosine law:**

$$\boxed{C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\text{"}C\text{"}}$$



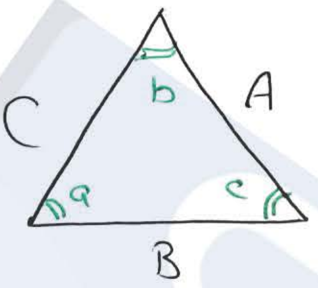
الضلع الأول تربيع + الضلع الثاني تربيع − 2 الأول * الثاني * Cos الزاوية المحصورة بينهم

* بنستعمل الـ "Cosine law" ؛
لمّا بيكون في ضلعين من المثلث معروفات ~~الضلع~~
والزاوية المحصورة بينهم معروفة .
أو لما بيكون الـ 3 أضلاع معروفة .

⇚ غالباً فالسؤال كالو بيبين معنا أنو قانون
بدنا نستعمل من الـ Cosine والـ sin.

⇒ sin law :

$$\frac{A}{\sin "a"} = \frac{B}{\sin "b"} = \frac{C}{\sin "c"}$$



$$\frac{\text{الضلع } A}{\sin \text{ الزاوية المقابلة له}} = \frac{\text{الضلع } B}{\sin \text{ الزاوية المقابلة له}} = \frac{\text{الضلع } C}{\sin \text{ الزاوية المقابلة له}}$$

⇐ بنستعمل ال sin-law :
بالغالب لما بيكون في ضلعين معروفات و الضلع المجهول الزاوية المقابلة له معلومة وواحد من الضلعين المعروفات بيكون الزاوية الي مقابلة إلو معروفة كمان .

ضعأ بالسؤال لحالو بيبين معنا .

⇐ بدنا نبدأ ب Chapter 2 :-

⇐ في عنا بهاد ال Chapter قسمين ⇒

(1)

(*) أول قسم هو تحليل ال Force وأيجاد المحصلة "Resultant" عنه طريقا المثلث ومتوازي الأضلاع و بها الجزء راح نتعامل مع محاور "غير متعامدة"

الـ هاد الجزء المحاور ما بتكون الزاوية الي بينهم "90"

(*) وكمان مشان نوجد قيمة ال Force على axis معين أو نوجد ال Resultant راح نتعلم اشيين :

(1) parallelogram law

(2) triangle rule.

(2)

(*) ثاني قسم هو تحليل ال Force على محاور عامودية مثل (x-y axis) وإيجاد المحصلة إلهم وكمان راح نتعلم كيف نحول ال Force العادية ل vector ونجد ها بنتيجي لآخر موضوع وهو ال "Dot product" وتطبيقاتو.

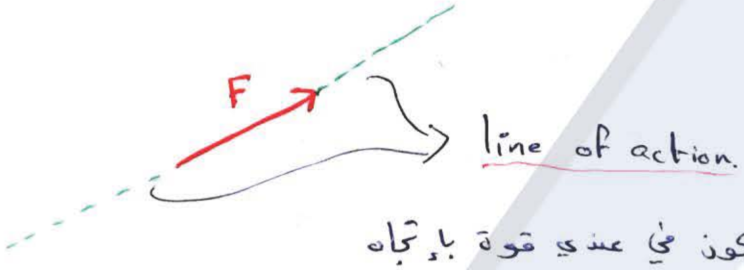
(*) و بهاد الجزء راح نتعامل مع التحليل الطبيعي . sin و cos

⇐ أول قسم من Chapter 2 :-

إيجاد قيمة الـ Force أو الـ Resultant على 2-axis مش متعامدات .

(*) عشان نبلش بهاد الجزء لازم بالأول نتعلم أكم اشي وهم :-

1 line of action: " خط العمل "

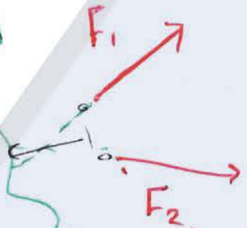


(*) هو انو بس يكون في عندي قوة باتجاه معين بقدر إني أحركها على إمتدادها للأمام وللخلف

2 parallelogram law:

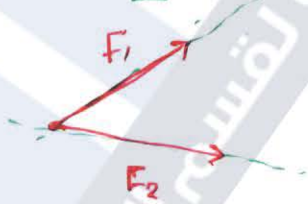
(*) أول اشي بدي أعرف كيف أعمل متوازي أضلاع من 2-Force

1 مثلاً لو عندي

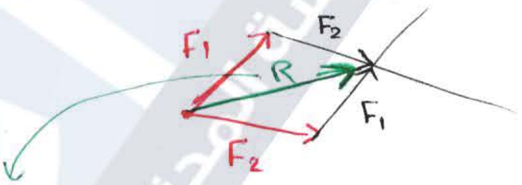


لازم يكون الـ tails فتلاقي مع بعض وعن طريق الـ "line of action" بقدر أحرك القوة وأخليهم يتلاقوا .

2



3 باجي من رأس F_1 بعمل خط موازي لـ F_2 . والعكس .



4 "R" ⇒ Resultant force

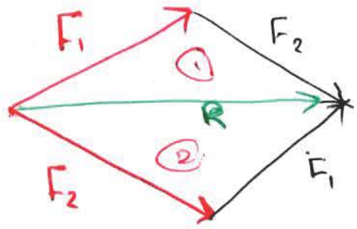
هي القطر للمتوازي الأضلاع .

" إذا هنا خلينا نعرف إنو الـ Resultant هي الخط الواصل من نقطة تلاقي الـ tails للنقطة تلاقي الـ heads "

$$R = F_1 + F_2$$

3 triangle rule:

* بعد ما أعمل متوازي الأضلاع و أخلصها وأجد ال FR
بينتج عندي مثلثين :-



* بأكل باخذ واحد
منهم و بس.

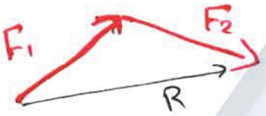
* أما في طريقة ثانية مشان أعمل ال triangle وهي:

لو كان في عندي 2 - Force هيك

في طريقة إسمها :-
" head to tail "

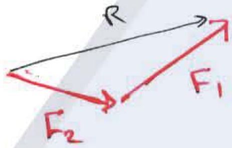
يعني بدنا نتخيل إنو
مسكت وحدة من القوة
و حطيت ال tail تاعها
على ال head تاع القوة الثانية.

Add F_2 to F_1



or

Add F_1 to F_2



* بالتالي ال R
بيكون الخط الواصل من
ال tail للـ head.

$R = F_1 + F_2$

* هيك بنكون خلصنا كل شي بهمنا بهاد الجزء من ال Chapter، وقبل ما
نوخذ Examples بدنا نوخذ طريقة حل و نعممها لكل الأسئلة :-

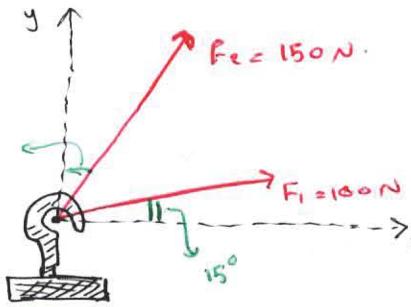
1 أول حالة " لما يطلب إيجاد ال Resultant ".

1 بعمل متوازي أضلاع ⇐ دائماً من متوازي الأضلاع باخذ شيئين
بطلع الزوايا
وبجد ال Resultant

2 باخذ مثلث واحد من المثلثين الي نتجو عندي من متوازي الأضلاع.

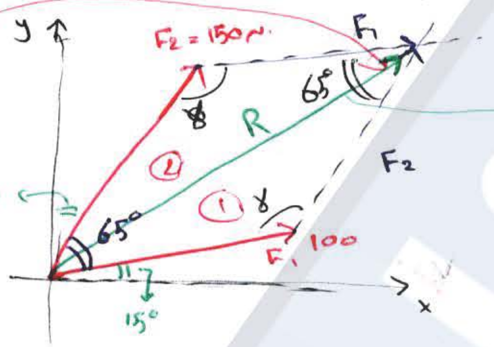
3 بطبق قانون ال sin وال cos وبوجد المجاهيل.

Example: Determine the magnitude and direction of the Resultant force:



* Note: المثال هاد بقدر أحلو بطريقة التحليل العادية بس بدنا احلو على ال triangle كيف!! على الخطوات الي بنعرفهم

1 بنعمل متوازي أضلاع ؛ باخذ منو ~~[illegible]~~ شغلتين (زوايا و R).



صدنا ال R ضل الزوايا .

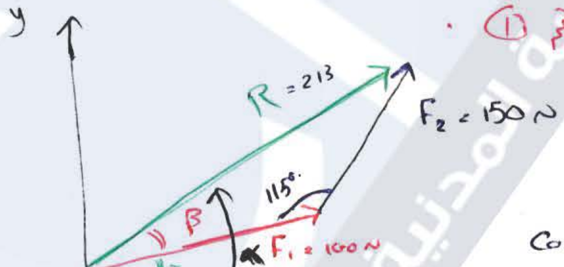
* من خواص متوازي الأضلاع انو لو عرفت زاوية وحدة بقدر أطلع الزوايا كلهم !!

كيف ؟ ⇐ كل زاويتين متقابلتين متساويتين يعني هاي كمان 65 .

⇐ الزاوية لا بنحسبها هيك . مجموع الزوايا كلهم.

$$\gamma = \frac{360 - (2 * 65)}{2} = 115°$$

2 هيك خلصنا من متوازي الأضلاع هلأ بوخذ منو مثلث :
بوخذ المثلث رقم 1 .



3 بنطبق ال Cos و ال sin

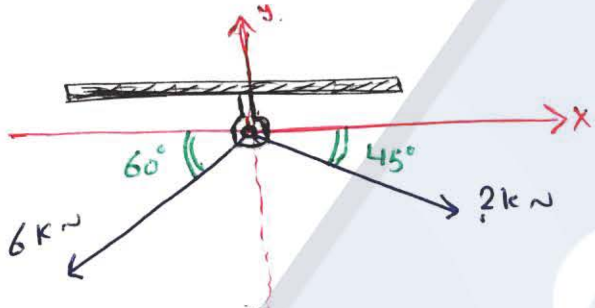
* Using cosine law → $R^2 = (150)^2 + (100)^2 - 2(150)(100)\cos 115°$

$\boxed{R = 213\,N}$ ⇒ magnitude.

* Using sine law → $\frac{150}{\sin\beta} = \frac{213}{\sin 115}$ ⇒ $\boxed{\beta = 39.8°}$ so, $\alpha = 39.8 + 15$

$\boxed{\alpha = 54.8°}$

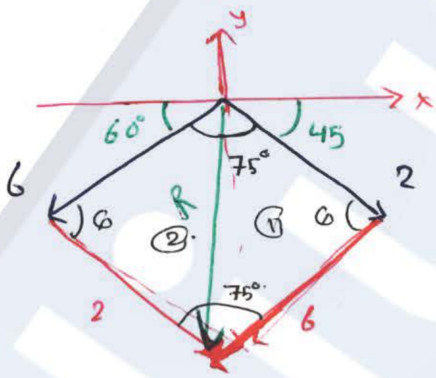
Example: Determine the magnitude of the Resultant force and its direction measured clock wise from the positive x-axis:



① parallelogram:

R ① بجد

angles ②



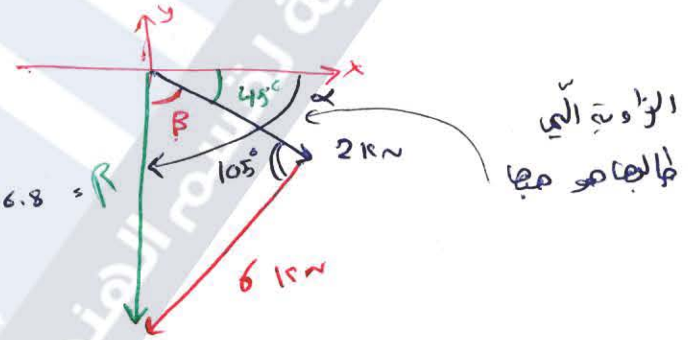
$$\theta = \frac{360 - (2 * 75)}{2}$$

$$\boxed{\theta = 105^\circ}$$

2 بآخذ مثلث ، أخذت

~~[illegible]~~ المثلث رقم ① .

*) Using cos law:



$$R^2 = (2)^2 + (6)^2 - 2(6)(2)\cos 105$$

$$\boxed{R \approx 6.8\ KN}$$

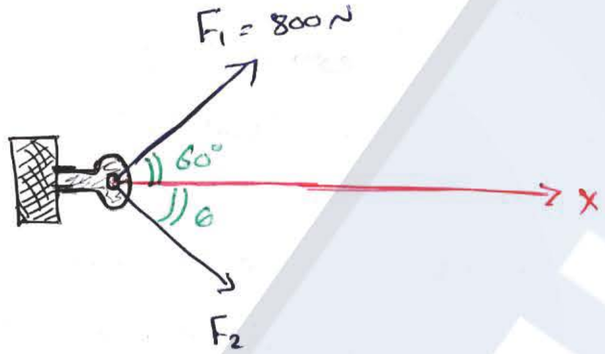
*) Using sin law:

$$\frac{6}{\sin\beta} = \frac{6.8}{\sin 105} \Rightarrow \boxed{\beta \approx 58.5^\circ}$$

so, $\alpha = 45 + 58.5 \approx 103^\circ$

$\therefore$ R = 6.8 KN with angle 103° measured C.W from positive x-axis.

Example: if the resultant force acting on the eye bolt directed along the positive x-axis and F_2 have a min. magnitude Determine the resultant force and the magnitude of F_2 and the angle θ.

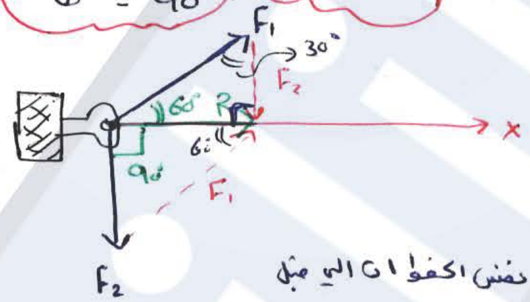


Note:
فكرة هاد السؤال كلها هي بـ θ والفكرة هي إنو دايماً بس اتشوف كلمة min شكون الزاوية 90°

when $F_2 \Rightarrow$ min. magnitude.

$\theta = 90°$

① parallelogram



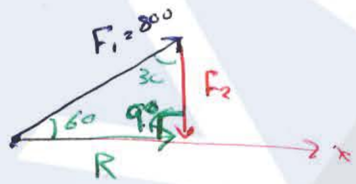
ومن هون نفس الخطوات اللي قبل

① متوازي أضلاع

② مثلث

③ sin و cos.

② triangle:



*) Using sin law.

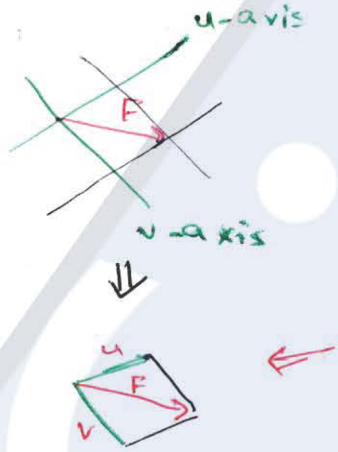
$$\frac{R}{\sin 30} = \frac{800}{\sin 90} \Rightarrow \boxed{R = 400\ N}$$

*) $$\frac{F_2}{\sin 60} = \frac{800}{\sin 90°} \Rightarrow \boxed{F_2 = 693\ N}$$

2 ثاني حالة: بيعطيني Force وبيطلب مني أوجد قيمتها على 2-axis وبما
إنو أحنا بالجزء الأول بال Chapter إذن ال 2-axis مش عاموديات
على بعض :-
طيب فكرة هاي الأسئلة نفس الفكرة الي قبل بس هون بدي أرجع بالسؤال رجوع
يعني قبل كان يعطيني 2-Forces وأوجد المحصلة FR وهون بدي أنا من عندي أعتبر أنو
ال Force الي معطيني يا ها بالسؤال هي نفسها المحصلة R وأوجد قيمة
F_1 و F_2 .
وزي ما تعلمنا إنو بس يكونو في عندي 2-Forces كنت أعمل متوازي أضلاع وتكون
ال Resultant هي نفسها "القطر لمتوازي الأضلاع" أو هي الخط الواصل بين
ال tail لل head وهون نفس الفكرة بس بهاي الحالة أنا من عندي بدي
أعمل متوازي أضلاع تكون القوة إلّي هو معطيني يا ها بالسؤال هي
نفسها القطر تاع متوازي الأضلاع وبعدين أرجع أطلعها .

*) خطوات الحل :-

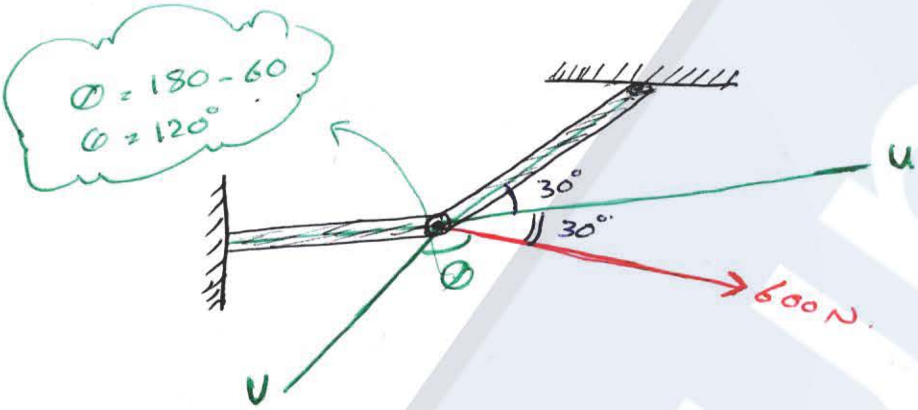
1 بعمل متوازي أضلاع ، بس هون الطريقة بتختلف لأنو عندي Force وحدة
و 2-axis .
طيب كيف أعملو ؟! لو فرضنا عندي هيك إشي



مشان أعمل متوازي الأضلاع راح أعمل خطين
والخطين راح يبدأو من رأس القوة بس
أول خط راح يكون موازي للمحور u ويقطع v
وثاني خط موازي للمحور v ويقطع u

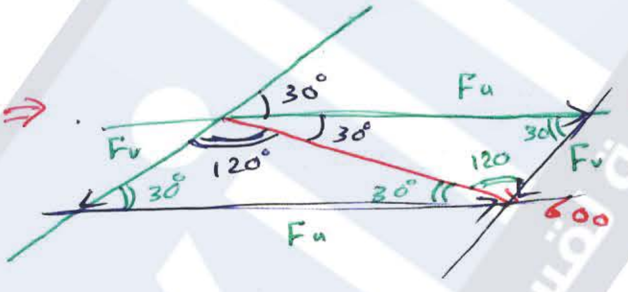
2 برجع السؤال نفس الي الحالة الأولى .....
باخذ مثلث وبجد ما أطلع الزوايا
وبستخدم قوانين ال sin وال cos.

Example: Resolve the Horizontal 600 N force into Components acting along u and v axes and Determine the magnitudes of these components?

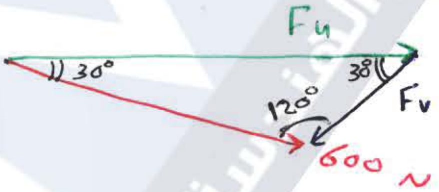


① أول خطوة بدي أعمل متوازي الأضلاع، وبهاي الحالة بعمل خطين بيبلشو من رأس القوة وكل مرة يكون موازي لـ axis.

هي متوازي الأضلاع:- بدي أطلع منو الزوايا وبعدها بآخذ مثلث وأطلع المجاهيل.



② بآخذ مثلث:-



③ *) Using sin law:

$$\frac{600}{\sin 30} = \frac{F_u}{\sin 120} \Rightarrow \boxed{F_u = 1039\ N}$$

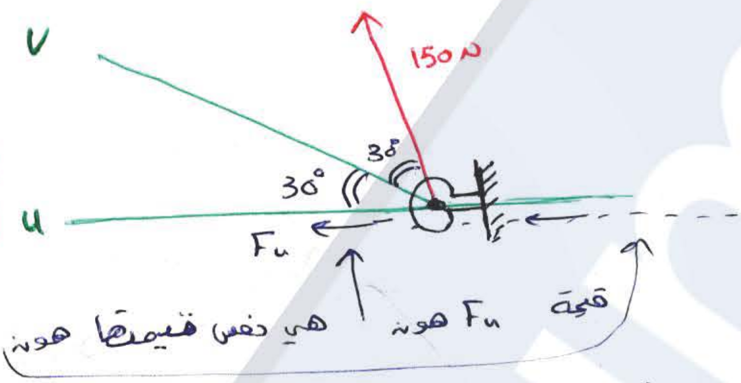
*) Using sin law:

$$\frac{600}{\sin 30} = \frac{F_v}{\sin 30} \Rightarrow \boxed{F_v = 600\ N}$$

Note

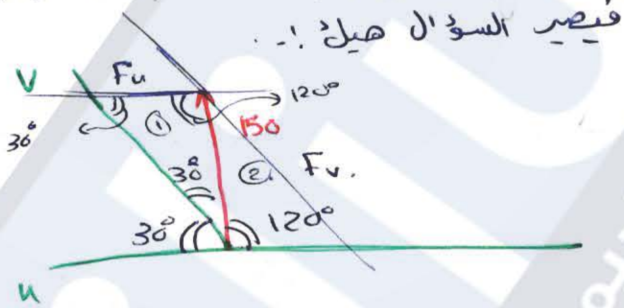
هون:- استخدمت الـ 600 مرتين لأنو هو معطيني ياها بالسؤال ومشان لو طلعت Fu غلط ما تطلع معي Fv كمان غلط

Example: Resolve the 150 N force into 2 component acting along u and v axes and determine the magnetudes of these components:

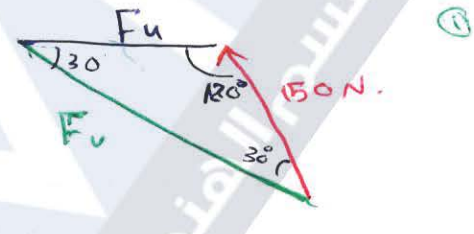


Note: القوة هونه ذاتو القوة الّي عندي هي مش بين الـ 2-axis وهونه أنا ما بعرف أعمل المتوازي الأضلاع فلازم أعمل القوة بحيث أنها تكون بين الـ 2-axis

فلشان هيك بتخيل إنه استبدال u axis لليمين فيصير السؤال هيك :-



① بعمل متوازي الأضلاع زي ما تعلمنا .. وبطلّع الزوايا .
② بآخذ مثلث واحد .



*) Using sin law:

$$\frac{F_u}{\sin 30°} = \frac{150}{\sin 30°} \Rightarrow \boxed{F_u = 150\ N}$$

*) Using sin law:

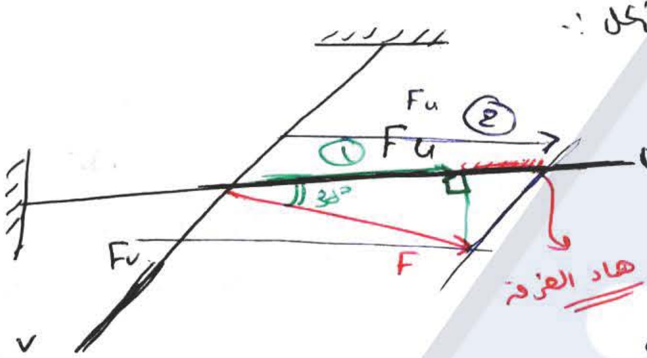
$$\frac{F_v}{\sin 120} = \frac{150}{\sin 30} \Rightarrow \boxed{F_v = 260\ N.}$$

*) ملاحظة : هلأ إحنا ليش ما كُنّا بس بدنا نحلل نوخذ قيمة القوة ونضربها بـ sin θ أو cos θ !!.

طيب معلومة : بدنا نعرف زي ما حكينا قبل إنو بس يكونو المحاور عامودية على بعض بنضرب بـ sinθ و cosθ أما إذا ما كانو متعامدات بحلل كيف !؟ زي ما حكينا على متوازي الأضلاع .

طيب ليش !!.

⇐ هلأ لو في عنّا هاد الشكل :-



⇐ لو أجيت أحلل وحكيت إنو قيمة $F_u = F\cos 30$ هاد الحكي غلط

⇐ لأنو ① المحاور مش متعامدة .

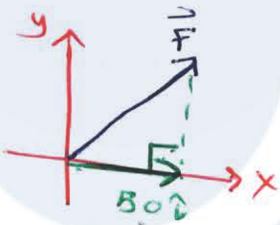
② لما أضرب بـ cos أو sin بكون أسقطت القوة على المحور إسقاط عامودي يعني هيك (الإسقاط رقم ①) . وهاد غلط

③ أما لما بدي أخذ الجواب الصح بدي أعمل متوازي أضلاع وهيك لما بدي أطلع قيمة القوة (الإسقاط رقم ②).

*) كمان ملاحظة صغيرة :-

لما أكتب القوة على شكل vector يعني هيك مثلاً :

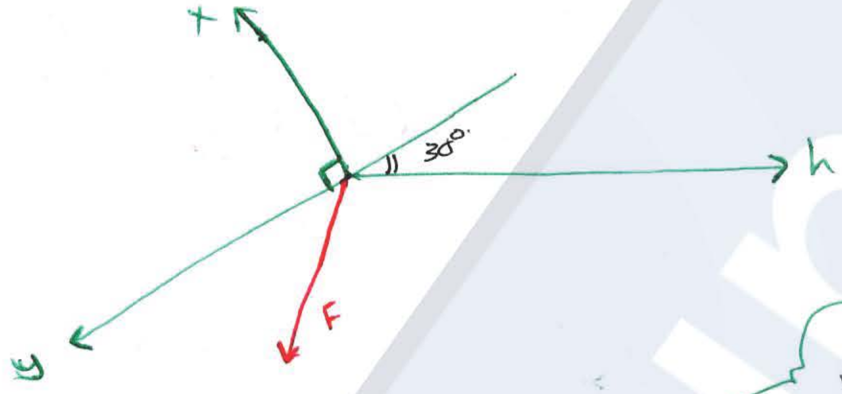
$\vec{F} = (50\hat{i} + 30\hat{j} + 90\hat{k})N$ لهاي الحالة القيمة اللي على الـ $\hat{i}$ مثلاً بتكون هي الإسقاط العامودي على الـ x-axis !-



يعني بس أحكي عندي قوة قيمتها $\vec{F} = 50\hat{i}$ هاي الـ 50 هي الإسقاط العامودي

Example: Determen the Component of this force.

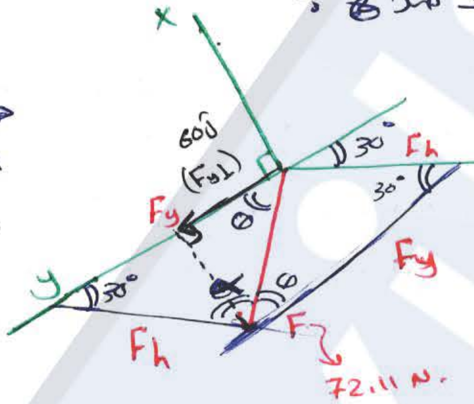
" $\vec{F} = (-40\hat{i} + 60\hat{j})\,N$ " along y and h axis ??.



فكرتو بالزوايا.

(*) Note:-
بس بدي أبلش حل أول إشي بدي أعمل متوازي أضلاع وبعدها أطلع الزوايا وبعدها راح نواجه شوية مشاكل هلأ بنعرف كيف !-

① متوازي الأضلاع :



(* هون لو أجي أطلع الزوايا راح ألاقي مشكلة انو أنا في عندي زاوية وحدة والزاويتين مجهولات. كيف ممكن أطلعهم ؟!

① ⇐ هلأ أول إشي بدي أحول القوة من vector لـ قيمة عادية :-

$\vec{F} = -40\hat{i} + 60\hat{j}$

$\|\vec{F}\| = \sqrt{(-40)^2 + (60)^2} = 72.11\ N$

② هسا نطلع الزوايا . θ و α :-

هو معطيني انو القوة vector $\vec{F} = -40 + 60\hat{j}$ فأنا بجي انو

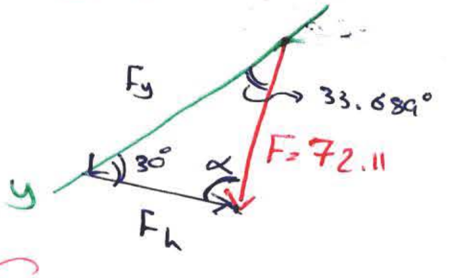
القوة $60\hat{j}$ هي الإسقاط العمودي للقوة $\|\vec{F}\|$ على الـ y-axis

يعني بس أعمل " $(F_y)_\perp = F\cos\theta$ " الموضح في الرسمة.

$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\frac{60}{72.11} \Rightarrow \boxed{\theta = 33.689°}$$

هلأ صار معي زاويتين وبعدها باخذ مثلث وبطلع الزاوية الثالثة.

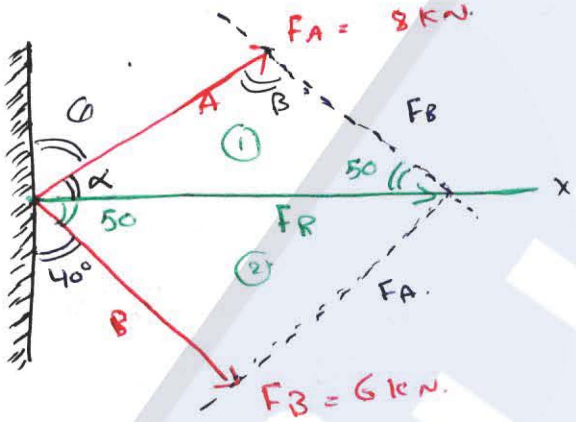
*) $\alpha = 180 - (30 + 33.689) = \boxed{116.311°}$



Sin ⇒ $\dfrac{F_h}{\sin 33.689} = \dfrac{72.11}{\sin 30} \Rightarrow \boxed{F_h = 80\,N}$

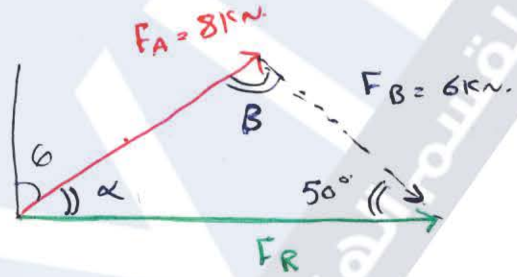
Sin ⇒ $\dfrac{F_y}{\sin 116.311°} = \dfrac{72.11}{\sin 30°} \Rightarrow \boxed{F_y = 129.27}$

Example: Determine the angle "θ" for connecting member A to the plate so that the resultant force of F_A and F_B is directed horizontally to the right, what is the magnitude of the resultant force?!



① أول إشي step أخذ الـ Resultant بتأثر على اليمين يعني على الـ x فبدي أعمل متوازي أضلاع يكون القطر تاعو هو الـ x . زي ما هو بالرسمة "الخطوط المقطعة".

② بآخذ مثلث منهم !-



*) Using sin law:

$$\frac{6}{\sin\alpha} = \frac{8}{\sin 50} \Rightarrow \boxed{\alpha = 35°}$$

$$\theta = 90 - 35 \Rightarrow \boxed{\theta = 55°}$$

*) $\boxed{\beta = 180 - (50 + 35) = 95°}$

F_r: Resultant force.

$$\frac{F_r}{\sin 95} = \frac{8}{\sin 50} \Rightarrow \boxed{F_r = 10.4\,kN}$$

⇚ ثاني قسم من Chapter 2 :

هلوش بدنا نحلل القوة و نوجد الـ Resultant و الزوايا بس الفرق إنو بهاد الجزء المحاور اللي بنتعامل معهم عاموديات !.

⇚ حليا قبل ما نبلش بدنا نقسم هاد الجزء لقسمين

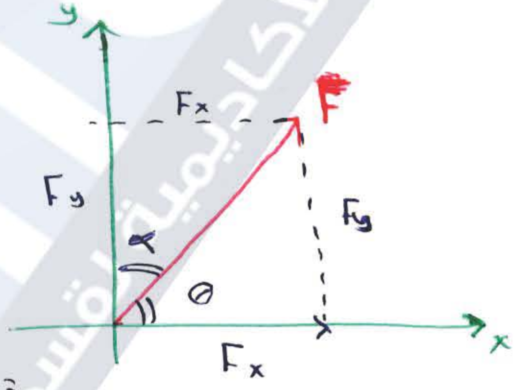
① - 2-D

② - 3-D

⇚ أول جزء هو الـ 2-D :

بدنا نتعلم كيف نحلل ، بكل الطرق اللي بتيجي :-
وهم عن طريق زاوية أو مثلث !.

① angle → الزاوية .



*) $F_x = F\cos\theta$ → cos. القريبة

$= F\sin\alpha$ → والبعيدة عن المحور . sin.

*) $F_y = F\sin\theta$

$= F\cos\alpha$

→ إذا معاي قيمة F وأحد الزاويتين α أو θ .

*) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$

بس بدي الزاوية اللي مع الـ x بحط F_x في المقام

*) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_x}{F_y}\right)$

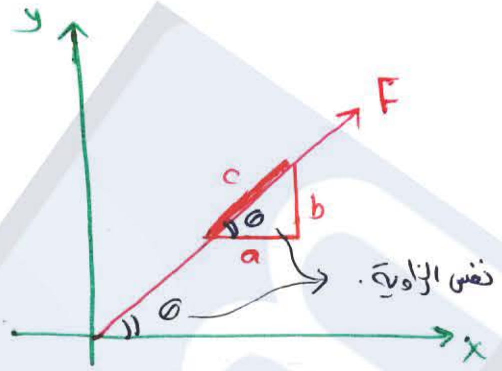
وإذا بدي الزاوية اللي مع الـ y بحط F_y بالمقام

→ إذا معاي قيمة F_x و F_y وبدي أطلع الزاوية .

NOTE: $|F| = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2}$

→ لإيجاد قيمة F كمقدار فقط .

② Triangle → مثلث



* بهاي الحالة بس يعطيني بالسؤال مثلث بدل الزاوية

ممكن إنو نحل على طريقتين :-

① انو أحل على المثلث مباشرة.

② انو أطلّع الزاوية وأرجع أحل على بـ sin و cos

على المثلث مباشرة.

* $F_x = F * \cos\theta$ → $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$= F * \frac{a}{c}$

* $F_y = F * \sin\theta$ → $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$= F * \frac{b}{c}$

② لو بدي أطلّع الزاوية :-

$$\boxed{\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}}$$

بوجد قيمة θ وبرجع بحل عادي.

⇐ الأسئلة الي على هاد الموضوع انو يعطيني أكثر من قوة وبدي أوجد المحصلة والزاوية لعمها :-

* خطوات الحل :-

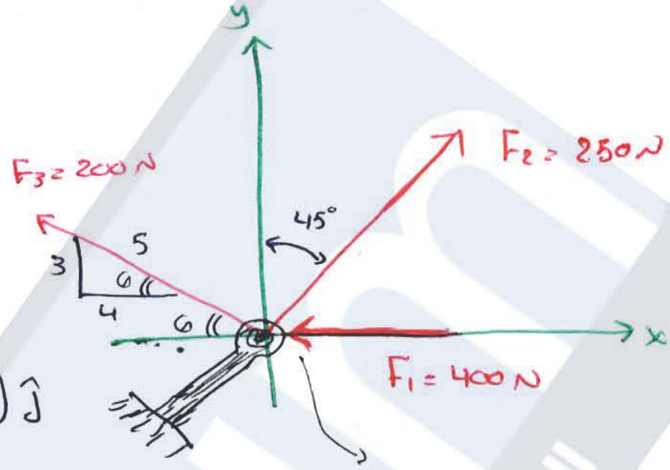
① بحلّل كل Force لحال وبكتبها على شكل vector "$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$"

⇐ ملاحظة : في مسائل الـ 2-d بس أجي أحلل بركّز على اتجاه السهم يعني لو رايح بعكس الإتجاه الموجب بحط قيمة القوة (−).

② بجمع الـ Force الي على الـ $\hat{i}$ لحال والي على الـ $\hat{j}$ لحال وبيكون الـ Resultant هي "$\vec{F}_R = \Sigma F_x\hat{i} + \Sigma F_y\hat{j}$" ⇐ لو بدي قيمتها $|\vec{F}_R| = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$

③ إذا بدي الزاوية تأعتمد الـ Resultant دائماً بالـ 2-D برسم الـ FR بعدها بجد الزاوية المطلوبة وبستخدم القانون "$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}\right)$" أو العكس.

Example: Determine the magnetude and direction of the Resultant force.??



① أول اشي بحلل كل قوة لحال.

$$\boxed{\vec{F}_1 = -400\,\hat{i}}$$

$$\vec{F}_2 = (250 * \sin 45^\circ)\,\hat{i} + (250 * \cos 45^\circ)\,\hat{j}$$

$$\boxed{\vec{F}_2 = 176.78\,\hat{i} + 176.78\,\hat{j}}$$

$$\vec{F}_3 = -\left(200 * \left(\frac{4}{5}\right)\right)\hat{i} + \left(200 * \left(\frac{3}{5}\right)\right)\hat{j}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4} = 36.86^\circ$$

$$\vec{F}_3 = (-200 * \cos 36.86^\circ)\,\hat{i} + (200 * \sin 36.86^\circ)\,\hat{j}$$

$$\boxed{\vec{F}_3 = -160\,\hat{i} + 120\,\hat{j}}$$

② $$\vec{F}_R = \sum F_x\,\hat{i} + \sum F_y\,\hat{j}$$

$$\vec{F}_R = (-400 + 176.78 - 160)\,\hat{i} + (176.78 + 120)\,\hat{j}$$

Vector ⇒ $$\boxed{\vec{F}_R = -383.2\,\hat{i} + 296.8\,\hat{j}}$$

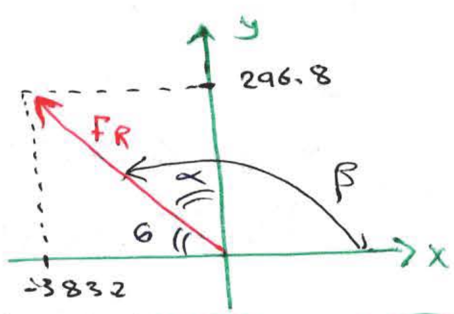
هو طلب magnetud

$$\|\vec{F}_R\| = \sqrt{(-383.2)^2 + (296.8)^2} = \boxed{484.7\ N}$$

③ الزاوية ع برسم القوة !.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{296.8}{383.2}\right) = 37.8^\circ$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{383.2}{296.8}\right) = 52.5^\circ$$



① أول ملاحظة إنو بالسؤال مش محدد الزاوية من أي محور أقيسها وهو عادةً بجو.

② عدم ذكر اسم الزاوية فما نحط الإشارة السالبة.

(NoTe): لو حطينا الإشارة السالبة بكون قياس الزاوية "β." من المحور الموجب لـ Force

⇐ ثاني جزء :- 3-D :

هون بهاد الجزء ، راح تكون الـ Force موجودة بال x, y, z axis.

وراح كمان أتعامل معها بطرق مختلفة وأوجد مطاليب مختلفة :.

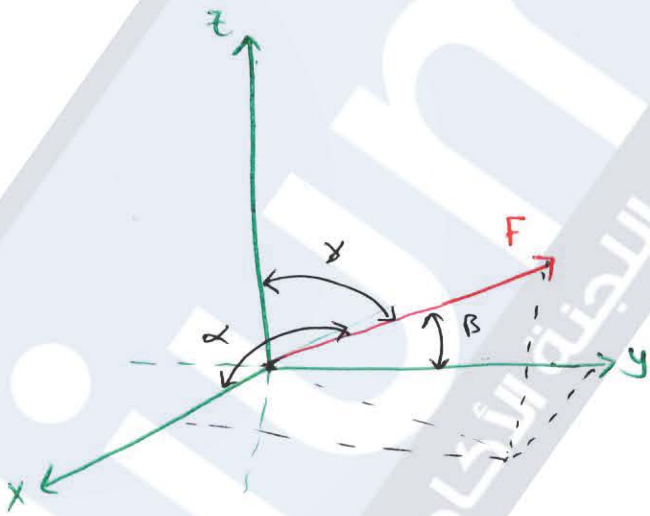
أول إشي بدنا نتعرف على الـ 3-D :-

*) angles α , β , γ.

$\alpha \equiv$ هي الزاوية من الـ x الموجب للقوة

$\beta \equiv$ هي الزاوية من الـ y الموجب للقوة

$\gamma \equiv$ هي الزاوية من الـ z الموجب للقوة.



*) لو بدي أكتب الـ Force بالـ 3-D
كـ vector راح يكون هيك :-

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

*) لو بدي أوجد قيمتو بيكون هيك :

$$\|\vec{F}\| = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}$$

* $F_x = F \cos \alpha$
* $F_y = F \cos \beta$
* $F_z = F \cos \gamma$.

دائماً بالـ 3-D الزاوية بتكون مقاسة من المحور الموجب يعني لو أخذت مثلاً $\alpha = 120°$ ، بشكل عادي ، راح تكون قيمة F_x سالبة .

⇐ هلأ هون بالـ 3-D راح يطلب مني أوجد الـ Resultant والـ angles.
بس هون في عندي شوية مشاكل كمان شوي بنوخذها .

α) خطوات الحل :-

(١) بحل الـ Forces (أكثر من قوة) كـ vector ، هون في عندي ③ حالات
أول حالة :- بيكون معطيني الزوايا $(\alpha , \beta , \gamma)$ وهاد أسهل إشي .
ثاني حالة :- بيكون معطيني بس زاويتين ⇐ وأنا بوجد الزاوية الثالثة في بعض الحالات وفي بعض الحالات ما بحتاج غير هدول الزاويتين .
ثالث حالة :- ما بعطيني ولا زاوية .

⇐ نتبع

④ بعد ما أحول الـ vector للـ Forces بجمع اللي مع الـ î كال و هيك.

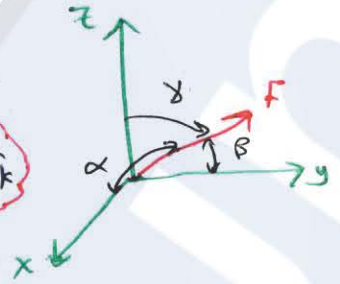
⇐ طيب هلأ والمشكلة بالـ 3-D هي كيف أحول الـ Force لـ vector :-

وزي ما حكينا قبل أنو عندي ③ حالات.

⇐ أول حالة :- لما يعطيني الـ ③ زوايا (α, β, γ).

بتكون قيمة القوة كـ vector هيك :-

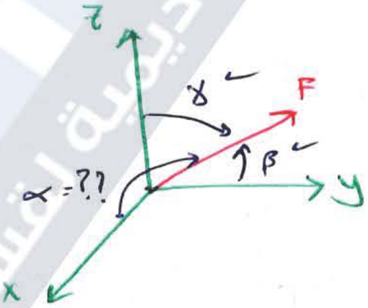
$$\vec{F} = F\cos\alpha\,\hat{i} + F\cos\beta\,\hat{j} + F\cos\gamma\,\hat{k}$$



⇐ ثاني حالة :- لما يعطيني بس زاويتين :-

هون في حالتين :-

⊛ أول حالة بس يكونوا الزاويتين اللي معطيني ياهم هم من (α, β, γ) وبهاي الحالة أنا بدي أطلع الزاوية الثالثة :-

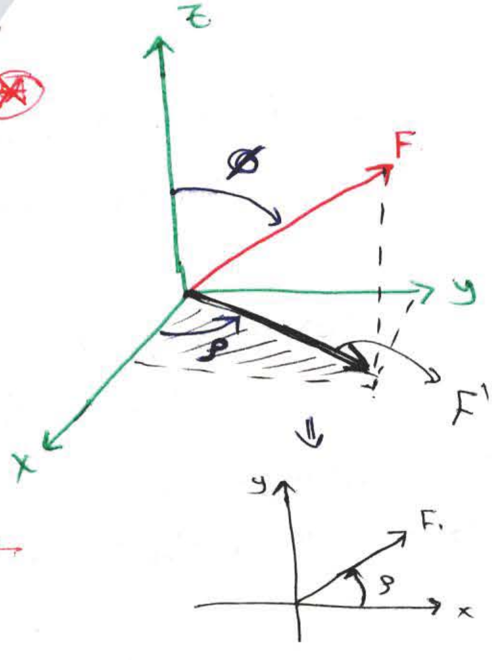


كيف!! في قانون

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

وهاد مشان نستعملوا لإيجاد الزوايا.

⊛ ثاني حالة يكون معطيني زاويتين بس أنا ما بحتاج كمان وحدة زي هيك ومشان أحلل بدي أفهم شو هم هدول الزاويتين :-



← ϕ هي الزاوية اللي بين الـ Force والـ z-axis

⊛ $F_z = F\cos\phi$

يعني :-

⊛ $\boxed{F' = F\sin\phi}$ ← بعد ما لو عملت هيك :-

← F' بتكون هي قيمة القوة على الـ (x,y) plane

بعد هيك بدأ أحلل كمان مرة.

⊛ $\boxed{F_x = F' \times \cos\rho}$

⊛ $\boxed{F_y = F' \times \sin\rho}$

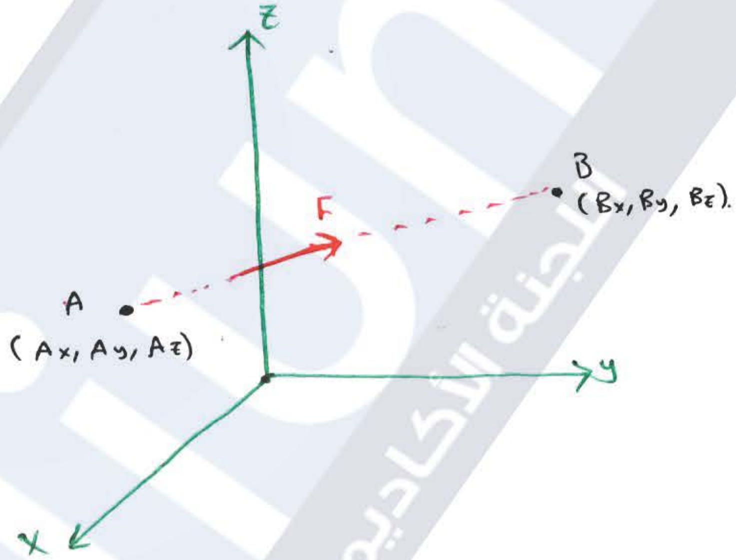
⇐ ثالث حالة :- لما مايكونه معطيني ولا زاوية :-

نهاي الحالة بما أنو مش معطيني ولا زاوية في إشي بديل :-

* يكونه في عندي :- " إحداثيات أي نقطتين بتمر فيهم القوة ".

وبعدها في عندي خطوات حل مباشرة بتحول القوة لـ Vector.

* خطوات الحل لتحويل القوة لـ Vector :-



① Position Vector " $\vec{r}$ "

أول إشي بدي نطلع $\vec{r}$ ودائماً بكون من النقطة الي طالعة منها القوة للنقطة الي داخلة فيها القوة باختصار (مع إتجاه القوة)

$\vec{r}_{AB}$ بالوسطة راح يكون
من A لـ B

$$\vec{r}_{AB} = (B_x - A_x)\hat{i} + (B_y - A_y)\hat{j} + (B_z - A_z)\hat{k}$$ $\vec{r}$ from A to B.

$$\vec{r}_{BA} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$$ $\vec{r}$ from B to A.

* إذا بدي قيمة $\vec{r}$ ⇐ تحت الجذر.

② Unit vector: " $\vec{U}$ "

* ثاني خطوة هي إني أطلع الـ Unit vector عن طريق القانون

$$\vec{U}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{\|\vec{r}_{AB}\|} \quad , \quad \vec{U}_{BA} = \frac{\vec{r}_{BA}}{\|\vec{r}_{BA}\|}$$

→ vector

→ magnetude.

③ Force as a vector:

$$\vec{F} = F * U_{AB}$$

آخر خطوة بضرب قيمة القوة بالـ unit vector بطلع معي الـ $\vec{F}$

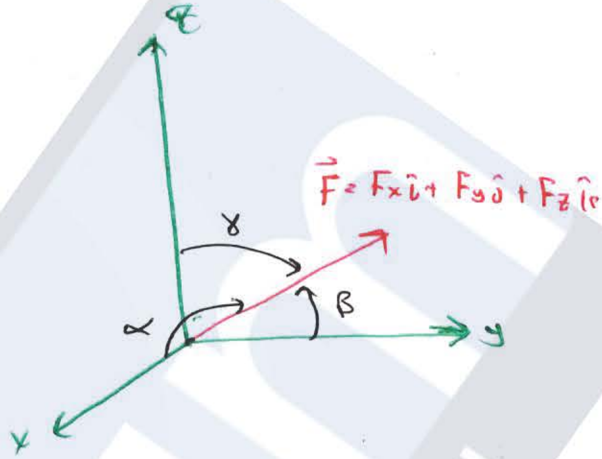
*) آخر ملاحظة قبل ما نبدأ Examples هي:-

لو أخذ معطينا الـ Force كـ Vector

أو إذا طلب مني أحول القوة لـ Vector وبعد ما

أحولها طلب مني الزوايا (α, β, γ)

في قانون بسيط لكل وحدة:-



*) $F_x = F\cos\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}$$

*) $$\cos\beta = \frac{F_y}{F}$$

*) $$\cos\gamma = \frac{F_z}{F}$$

Note:-

بس أطبقها على هدول القوانين باخذ قيمة القوة مع إشارتها يعني لو F_x سالبة بعوضها سالبة.

$\alpha, \beta, \gamma \equiv$ Direction angles.

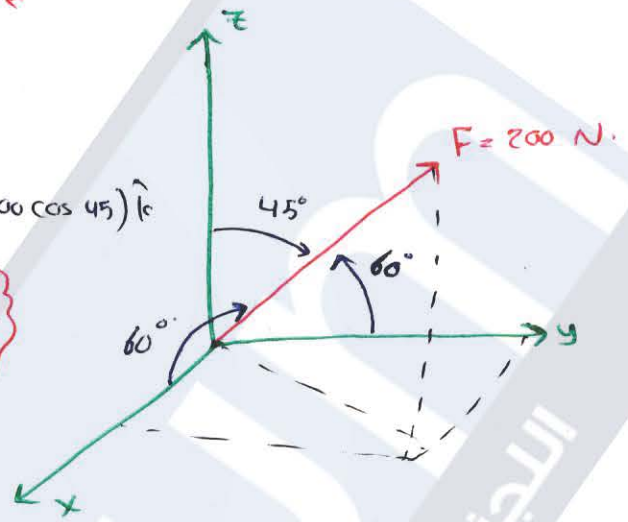
#Statics.. ♡

#Civilum...

#Mohamed Salameh...

Example: Express the Force "F" as a cartesion vector ?!

* هاد السؤال على الحالة الأولى لأنو معطينا 3 زوايا .

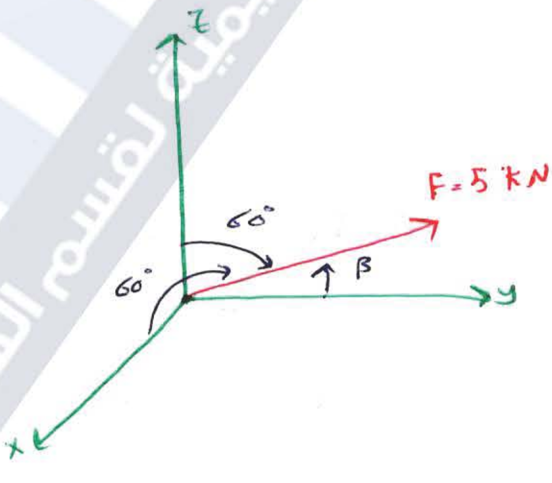


$$\vec{F} = (200 \cos 60)\hat{i} + (200 \cos 60)\hat{j} + (200 \cos 45)\hat{k}$$

$$\vec{F} = (100\,\hat{i} + 100\,\hat{j} + 141.4\,\hat{k})\ N.$$

Example: Express the Force "F" as a cartesion Vector ?!

* هاد السؤال على الحالة الثانية لأنو معطينا بس 2-angles
وما أنو الزاويتين الي معي هم γ و α بدي أطلع β
عن طريق القانون !.



$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

$$\cos^2 60 + \cos^2\beta + \cos^2 60° = 1$$

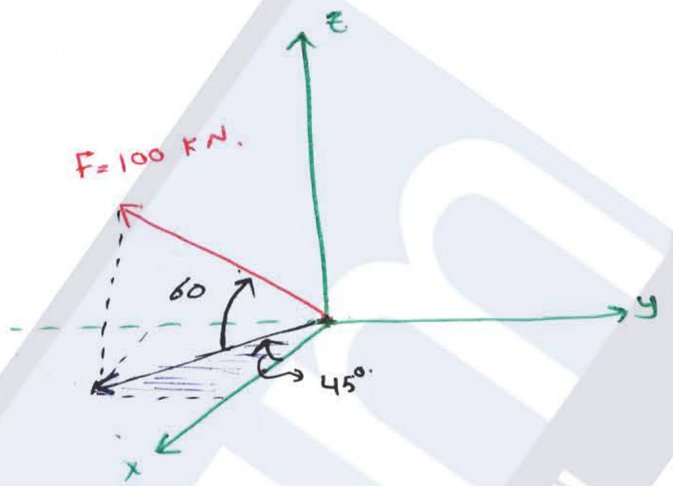
$$\cos\beta = \sqrt{1 - (\cos^2 60 - \cos^2 60°)}$$

$$\boxed{\beta = 45°}$$

$$\vec{F} = (5 \cos 60)\hat{i} + (5 \cos 45)\hat{j} + (5 \cos 60)\hat{k}$$

$$\vec{F} = (2.5\,\hat{i} + 3.54\,\hat{j} + 2.5\,\hat{k})\ kN.$$

Example : Express the force "F" as a cartesion vector :



* هاد السؤال كمان على الحالة الثانية
بس هون مش محتاج أطلع زاوية ثالثة .

* الزاوية $60°$: هي الزاوية اللي بين
الـ Force والـ xy-plane. يعني .

* $F_z = F * \sin 60°$

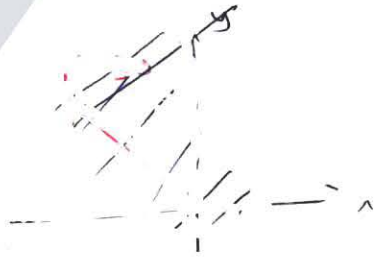
$= 100 * \sin 60$

$\boxed{F_z = 86.6 \text{ KN.}}$

⇐ ولو أخذنا :

* $F' = F * \cos 60°$

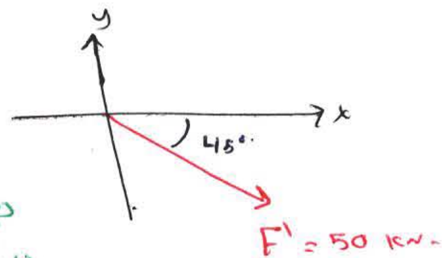
$\boxed{F' = 50 \text{ KN.}}$ ⟹ هاي القوة على الـ xy - plane يعني بدي أرجع أحللها كمان مرة .



* $F_x = F' * \cos 45°$

$= 50 * \cos 45°$

$\boxed{F_x = 35.4 \text{ KN.}}$



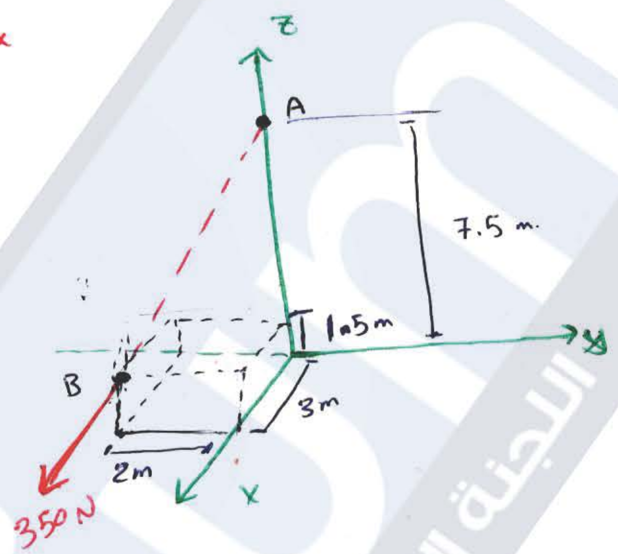
* $F_y = - F' * \sin 45°$

$\boxed{F_y = -35.4 \text{ KN.}}$ ⟶ بطاي الحالة بدي انتبه على اتجاه السهم (لأنو راح عالسالب) .

then :- $\vec{F} = 35.4\,\hat{i} - 35.4\,\hat{j} + 86.6\,\hat{k}$

Example: Represent this 350 N Force acting on the support A as a cartieian vector and determine its direction angles:

*) هاد السؤال على الحالة الثالثة لأنو ما في زوايا ومعطيني نقطتين بتمر منهم الـ Force :



*) خطوات الحل :

① $\vec{r}_{AB}$

② $\vec{U}_{AB} = \dfrac{\vec{r}_{AB}}{\|\vec{r}_{AB}\|}$

③ $\vec{F}_{AB} = F_{AB} * \vec{U}_{AB}$

$A = (0, 0, 7.5)$, $B = (3, -2, 1.5)$

① position vector:

$\Rightarrow \vec{r}_{AB} = (3\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k})$ m.

$\Rightarrow \|\vec{r}_{AB}\| = \sqrt{(3)^2 + (2)^2 + (6)^2} = 7$ m.

② Unit vector:

$$\vec{U}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{\|\vec{r}_{AB}\|} = \frac{3\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}}{7}$$

$\Rightarrow \vec{U}_{AB} = 0.4285\hat{i} - 0.2857\hat{j} - 0.8571\hat{k}$

③ Force as a vector:

$$\vec{F}_{AB} = F_{AB} * \vec{U}_{AB}$$

$$= 350 * (0.4285\hat{i} - 0.2857\hat{j} - 0.8571\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{F}_{AB} = 150\hat{i} - 100\hat{j} - 300\hat{k}} \Rightarrow \|F_{AB}\| = \sqrt{\ ----}$$

هي نفسها الـ 350.

*) Direction angles:

① $\cos\alpha = \dfrac{150}{350} \Rightarrow \boxed{\alpha = 64.6^\circ}$

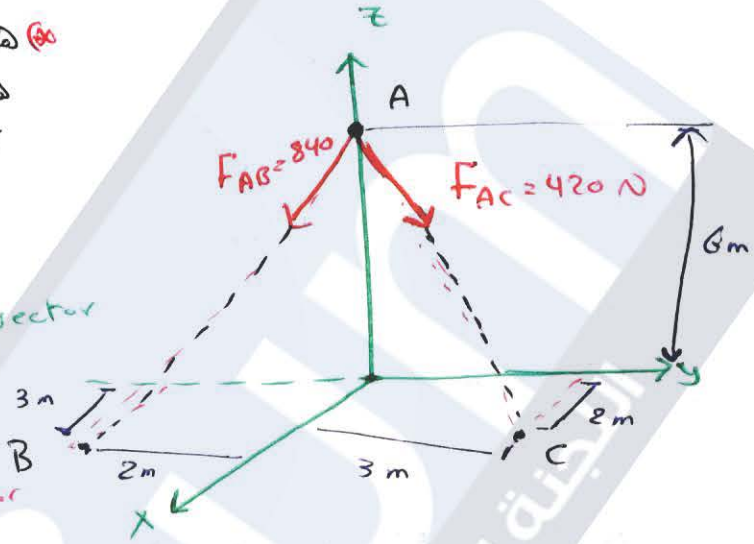
② $\cos\beta = \dfrac{-100}{350} \Rightarrow \boxed{\beta = 107^\circ}$

③ $\cos\gamma = \dfrac{-300}{350} \Rightarrow \boxed{\gamma = 149^\circ}$

Example: Determine the magnitude of the resultant force acting on the support A. and determine its direction ~~and~~ angles:

هاد كمان عالحالة الثالثة :-

هون في عندي قوتين بحولهم لـ vector وبجمع الـ $\hat{i}$ كال والـ $\hat{j}$ كال والـ z كال.



مشان سرعة الحل والوقت بدنا نحل هيك

$$\vec{F} = F * \frac{\vec{r}_{AB}}{\|\vec{r}_{AB}\|}$$

position vector

unit vector

Force as a vector.

$A = (0,0,6) \quad B = (3,-2,0) \quad C = (2,3,0)$

$\boxed{1}$ $$\vec{F}_{AB} = F_{AB} * \frac{\vec{r}_{AB}}{\|\vec{r}_{AB}\|}$$

$$= 840 * \left(\frac{3\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}}{\sqrt{(3)^2 + (2)^2 + (6)^2}} \right)$$

$$\vec{F}_{AB} = 360\hat{i} - 240\hat{j} - 720\hat{k}$$

$\boxed{2}$ $$\vec{F}_{AC} = F_{AC} * \left(\frac{\vec{r}_{AC}}{\|\vec{r}_{AC}\|} \right)$$

$$= 420 * \left(\frac{2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}}{\sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (6)^2}} \right)$$

$$\vec{F}_{AC} = 120\hat{i} + 180\hat{k} - 360\hat{k}$$

* Direction angles.

* $\cos\alpha = \frac{480}{1180} \Rightarrow \boxed{\alpha = 66^\circ}$

* $\cos\beta = \frac{-60}{1180} \Rightarrow \boxed{\beta = 93^\circ}$

* $\cos\gamma = \frac{-1080}{1180} \Rightarrow \boxed{\gamma = 156.2^\circ}$

then: $\vec{F}_R = (360 + 120)\hat{i} + (-240 + 180)\hat{j} + (-720 - 360)\hat{k}$

Resultant force.

$\vec{F}_R = 480\hat{i} - 60\hat{j} - 1080\hat{k} \Rightarrow$ vector

$\|\vec{F}_R\| = \sqrt{(480)^2 + (60)^2 + (1080)^2} = 1.18$ kN. magnitude.

$= 1180$ N

⇐ آخر موضوع بـ " Chapter 2 "

*) DoT Product :

* أول إشي تعريف عام بال DoT product :

*) $\underbrace{\vec{A}\cdot\vec{B}}_{vectors} = \underbrace{C}_{scalar}$ ⇒ بضرب ال i مع i و ال j مع ال j . . . وبجمع

*) $\vec{A}\cdot\vec{B} = \|\vec{A}\|\,\|\vec{B}\|\cos\theta$ → in between.

$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\|\vec{A}\|\,\|\vec{B}\|}\right)$ $\boxed{0 \le \theta \le 180^\circ}$

* إحنا على الأغلب بنستخدم ال DoT product لإيجاد 3 أشياء :-

① الزاوية θ بين 2-force مثلاً أو بين Force و line.

② لإيجاد ال parallel Force وال perpendecular force.

③ لإيجاد ال projection of the force along an axis.

$F_{\parallel}$ ≡ parallel force

$F_{\perp}$ = perpendecular force.

⇐ ومن هون مشان نبسط الكل راح نقسم الأسئلة اللي بتيجي علية لقسمين :-

أول قسم :- إنو يطلب الزاوية θ وبعدها يطلب $F_{\parallel}$ أو $F_{\perp}$

(*) خطوات حل أول قسم :-

① مشان أعمل DoT product بدي 2-vectors وهون أنا بختار، الي بدي من هدول

$\vec{F}\cdot\vec{F}$
$\vec{r}\cdot\vec{F}$
$\vec{r}\cdot\vec{r}$
$\vec{u}\cdot\vec{u}$

أسرع إشي

(*) لازم يكون محصور الزاوية المطلوبة بينهم.

② بعمل DoT product وبوجد قيمة θ.

③ هون $F_{\parallel} = F\cos\theta$

$F_{\perp} = F\sin\theta.$

← ثاني قسم ؟ ← إنو بيطلب قيمة الـ $F_{\parallel}$ والـ $F_{\perp}$ بدونه ما يطلب الزاوية θ.

وبهاي الحالة هو بالسؤال بكون محدد إنو parallel و perpendecular

~~لأنو~~ لأنو محور. أو لأنو line.

⊛ خطوات حل هاد النوع :-

① نحوّل الـ Force لـ Vector

② بطلّع Unit vector (للمحور اللي أو الـ line) حكالي انو بدو يكون // و ⊥ عليه.

③ بعمل DoT product بين الـ Force و الـ Unit vector

$$\boxed{F_{\parallel} = \vec{F} \cdot \vec{U}}$$

وهون بيكون الناتج Scalar لو بدي أحولو لـ Vector

برجع بضرب $F_{\parallel}$ كقيمة بالـ U كمان مرة.

$$\boxed{\vec{F}_{\parallel} = F_{\parallel} * \vec{U}}$$

④ هسا أوجد الـ $F_{\perp}$

طريقتها مباشرة :- ① إذا كان عندي $\vec{F}$ و $\vec{F}_{\parallel}$ لقتنين Vectors.

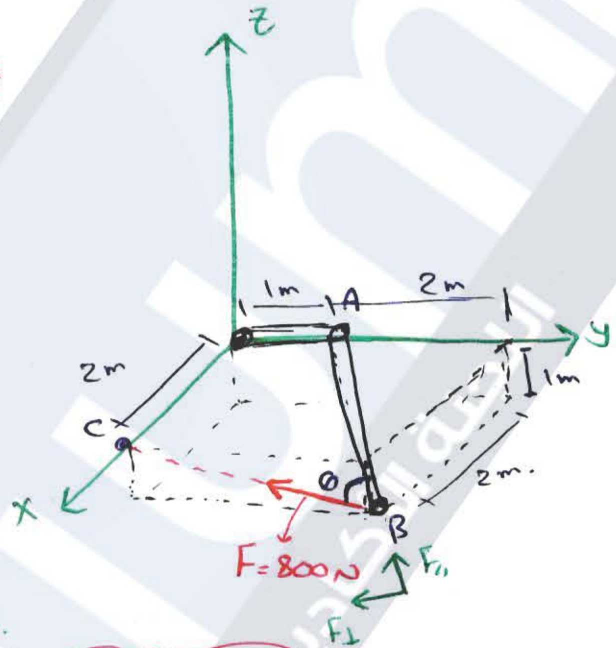
then. $\boxed{\vec{F}_{\perp} = \vec{F} - \vec{F}_{\parallel}}$ ⇒ Vectors

② إذا كانت عندي F و $F_{\parallel}$ scalar.

then. $\boxed{F_{\perp} = \sqrt{F^2 - F_{\parallel}^2}}$ ⇒ scalar.

Example: Determine the angle θ between F and the segment ~~BA~~ BA and the parallel force and perpendecular force to the segment BA.?!

نفسها ال $F_{\parallel}$ ← **or** find the projection of the force allong the segment BA??



* طلب هون عامل حالة إنو طلب الزاوية بعدها طلب ال $F_{\parallel}$ وال $F_{\perp}$:.

Solution:

⇐ أول إشي بدي 2-vector يحصروا الزاوية بينهم ⇐ الأسهل إنو آخذ $(\vec{r}\cdot\vec{r})$.

$A=(0,1,0)$ $B=(2,3,-1)$ $C=(2,0,0)$

① $\vec{r}_{BA} = -2\hat{i} - 2\hat{j} + 1\hat{k}$

$\|\vec{r}_{BA}\| = 3\ m.$

② $\vec{r}_{BC} = -3\hat{j} + 1\hat{k}$

$\|\vec{r}_{BC}\| = 3.16\ m.$

⇒ DoT product.

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{(-2*-3)+(1*1)}{3*3.16}\right) = 42.5^{\circ}$$

*) $F_{\parallel} = 800 * \cos 42.5^{\circ} = 590\ N$

*) $F_{\perp} = 800 * \sin 42.5^{\circ} = 540.5\ N.$

* طريقة ثانية مشابهة أوجد $F_{\parallel}$ و $F_{\perp}$.

① $\vec{F} = 800\left(\frac{-3\hat{j}+\hat{k}}{3.16}\right) = -758.9\hat{j} + 253\hat{k}$

② $\vec{u}_{BA} = \left(\frac{-2\hat{i}-2\hat{j}+1\hat{k}}{3}\right) = -0.666\hat{i} + 0.666\hat{j} + 0.333\hat{k}$

③ $\vec{F}_{BA} = F_{\parallel} = \vec{F}\cdot\vec{u}_{AB} = \boxed{590\ N}$

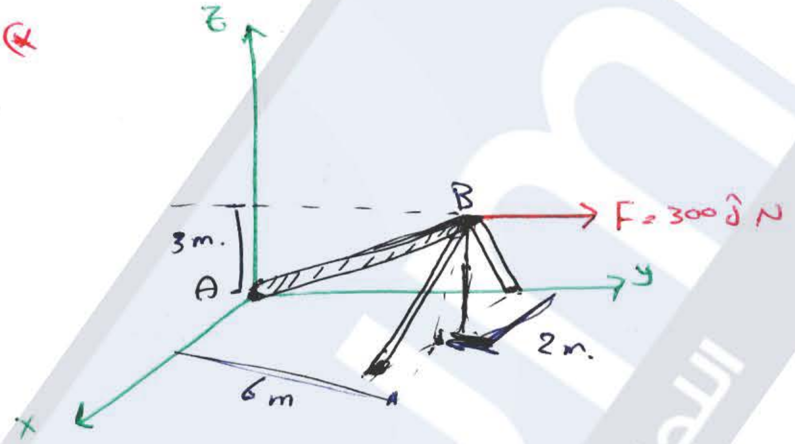
④ $F_{\perp} = \sqrt{(800)^2 - (590)^2} = \boxed{540.5\ N}$

وكمان بقدر أحول $F_{\parallel}$ لـ vector وأستعمل القانون

$\vec{F}_{\perp} = \vec{F} - \vec{F}_{\parallel}$ وبطلع نفس الجواب

Example: The Horizontal force $\vec{F} = 300\hat{j}$ subjected to the fram shown. Determine the component of this force parallel and perpendicular to the member AB.

هاد السؤال على الحالة الثانية لأنو مش طالب زاوية .



خطوات الحل :-

① force as a vector:

$$\boxed{\vec{F} = 300\hat{j}}$$

A = (0,0,0)
B = (2,6,3)

② Unit vector ⇒ للمحور اللي أو ال line اللي هو محدد بيني ل AB.

$$\vec{u}_{AB} = \frac{2\hat{i}+6\hat{j}+3\hat{k}}{\sqrt{(2)^2+(6)^2+(3)^2}}$$

$$\boxed{\vec{u}_{AB} = (0.286\hat{i} + 0.857\hat{j} + 0.429\hat{k})}$$

③ DoT product.

$$F_{\parallel} = \vec{F} \cdot \vec{u}_{AB}$$

$$= (300\hat{i}) \cdot (0.286\hat{i} + 0.857\hat{j} + 0.429\hat{k})$$

$$\boxed{F_{\parallel} = 257.1\ N}$$

④ $F_{\perp} = \sqrt{(300)^2 - (257.1)^2} \Rightarrow \boxed{F_{\perp} = 155\ N}$

طريقة ثانية لإيجاد هم :-

$\Rightarrow \vec{F}_{\parallel} = F_{\parallel} * \vec{u}_{AB}$

$$\boxed{\vec{F}_{\parallel} = 73.5\hat{i} + 220\hat{j} + 110\hat{k}}$$

$\Rightarrow \vec{F}_{\perp} = \vec{F} - \vec{F}_{\parallel} = 300\hat{i} - (73.5\hat{i} + 220\hat{j} + 110\hat{k})$

$$\boxed{\vec{F}_{\perp} = -73.5\hat{i} + 79.6\hat{j} - 110\hat{k}} \Rightarrow \|\vec{F}_{\perp}\| = \sqrt{\quad} = 155\ N$$

*) Projection of the force along any axis.

خطوات الحل لأي سؤال projection في ال 3-D ا.

① ال Force as avector

② ال Unit vector لل axis الي مطلوب ال proj. عليه.

③ DoT produt بين ال $\vec{F}$ وال $\vec{U}$

$$F_{proj} = \vec{F} \cdot \vec{U}$$

↑
scalar.

④ إذا بدي ال Fproje كـ vector برجع بضربو بال $\vec{U}$ كمان مرة

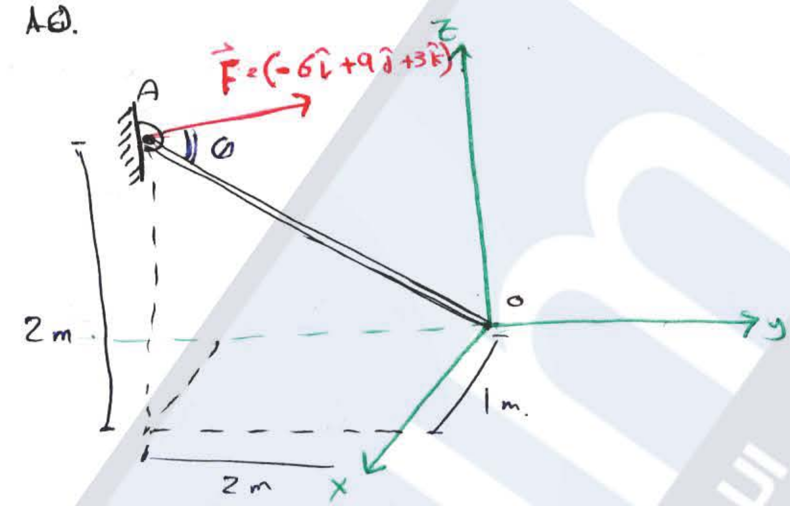
$$\vec{F}_{proj} = F_{proj} * U$$

*Enjoy

#Civilium.

Mohamed salameh

Example: Determine the angle θ between the force and the line AO. then find the projection of the force along the line AO.



* هاد السؤال مشان أوجد θ
راح أحل على ال DoT . عادي
ما تخفوا اتاعنا مثل .
~~وبعد هيك بدي ال proj~~

$A = (1, -2, 2) \qquad O = (0,0,0)$

① بدي 2-vector تصور الزاوية .
بآخذ $\vec{r}_{AO}$ و $\vec{F}$

$\vec{r}_{AO} = -\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k} \Rightarrow \|\vec{r}_{AO}\| = 3$

$\vec{F} = -6\hat{i} + 9\hat{j} + 3\hat{k} \Rightarrow \|\vec{F}\| = 11.225$

$\Rightarrow$ DoT. product.

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{18}{33.635}\right) \Rightarrow \boxed{\theta \approx 57.7^\circ}$$

*) projection of the force along the line Ao.

القوة كـ vector

① $\vec{F} = -6\hat{i} + 9\hat{j} + 3\hat{k}$

② $\vec{U}_{AO} = \dfrac{-\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}}{3} = -0.333\hat{i} + 0.666\hat{j} - 0.666\hat{k}$

③ $F_{AO} = \vec{F} \cdot \vec{U}_{AO}$

$= (-6\hat{i} + 9\hat{j} + 3\hat{k}) \cdot (-0.333\hat{i} + 0.666\hat{j} + 0.666\hat{k})$

$= 2 + 6 - 2$

$\boxed{F_{AO} = 6 \text{ KN.}}$

④ $\vec{F}_{AO} = 6 * \vec{U}_{AO}$

$\boxed{\vec{F}_{AO} = -2\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}}$

⇒ Chapter 3: Equilibrium of a particle:

⇐ بهاد الـ Chapter ما في أي أفكار غير إنو الجسم اللي راح أتعامل معاه هو جسم ساكن؛ يعني مجموع القوة اللي بتأثر عليه بتساوي صفر.

* ومن هون راح يجي يعطيني قوة معلومة مثلاً ويطلب مني إيجاد باقي القوى.

⇐ مشان أحل الأسئلة اللي بهاد الـ Chapter راح أكون عارف طريقة تحليل القوى اللي ~~بـ~~ بـ Chapter 2 سواء كانت 2-d أو 3-d وبعدها راح أجي أطبق القوانين هدول:

2-d ⟵ $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$

3-d ⟵ $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum F_z = 0$

⇐ الأسئلة اللي بتجي بهاد الـ Chapter راح نقسمها لقسمين:

أسئلة 2-d

⇓

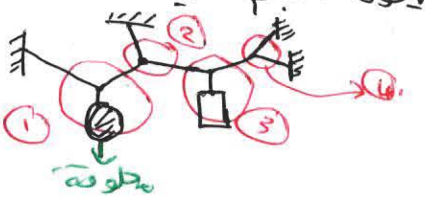
* هاي الأسئلة راح تكون مباشرة بس بدي أحلل القوى اللي عندي على 2-axis وأوجد المجهول.

أسئلة 3-d

⇓

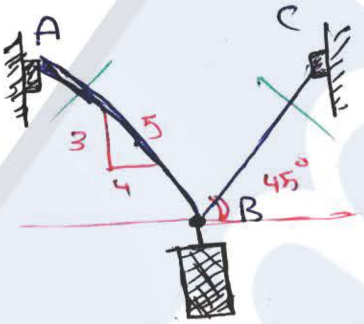
* هاي أسئلة مباشرة بس احكل تاعها طويل كثير فمشان هيك حالاً غالباً بيجي أسئلة 2d.

Note: الفكرة اللي ممكن تيجي:-
أنو يكون الجسم اللي عندي زي هيك مثلاً.



فعشان أحلو باجي بقسم الشكل وبما أنو أنا بحل على الـ 2-d بس أنا ما عندي غير $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$
(2) مجاهيل وكحد أقصى
و هيك راح كل قسم عندي ياه يكون فيه كحد أقصى
أقل واحد معلوم.

Example: Determine the tension in cables BA and BC necessary to support the 60-kg cylinder:



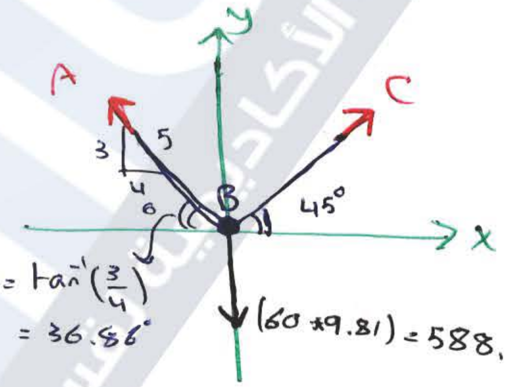
60 kg. $\Rightarrow$ $60 * 9.81$ $= \boxed{588.6\ N}$

* هاد السؤال 2-d ومباشر لأنو ما في عندي غير -2- مجاهيل وواحد معلوم .

⇐ هو معطيني كتلة الإسطوانة تساوي (60-kg) ومشان أحل لازم أحولها لنيوتن فبضربها ب g=9.81 .

⇐ بعد هيك أول خطوة بالحل بآجي بعمل F-B-D وهو أنو بفتخيل إني عملت قطع بالكبال الي عندي و بفرض عند كل قطع إنو في قوة طالعة من الكبل "يعني tension" وإذا وأنا بحل طلعلي الجواب سالب يكون فرضي غلط وبعكسها. فبتصير Compression.

⇐ بعدما أعمل F.B.D بآجي بطبق القوانين تبوع الإتزان . "بركز على إتجاه السهم".



$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.86°$

$(60 * 9.81) = 588.6\ N$

$\boxed{1}\ +\uparrow \sum F_y = 0$

$$(F_{BC} * \sin 45) + (F_{BA} * \underbrace{\sin 36.86}_{\left(\frac{3}{5}\right)}) - 588.6 = 0$$

$$① \Leftarrow 0.7071\ F_{BC} + 0.6\ F_{BA} = 588.6$$

$\boxed{2}\ \xrightarrow{+} \sum F_x = 0$

راكب الشمال

$$(F_{BC} * \cos 45) + (-F_{BA} * \underbrace{\cos 36.86}_{\left(\frac{4}{5}\right)}) = 0$$

$$② \Leftarrow 0.7071\ F_{BC} = 0.8\ F_{BA}$$

in eq. ①

هما طلعتنا بحصولنا عليهم

② in ① $\Rightarrow$ $0.8 F_{BA} + 0.6\ F_{BA} = 588.6$

$1.4\ F_{BA} = 588.6 \Rightarrow \boxed{F_{BA} = 420\ N}$ ⇒ موجبة يعني فرضي صح إذن القوة tension

in any eq.

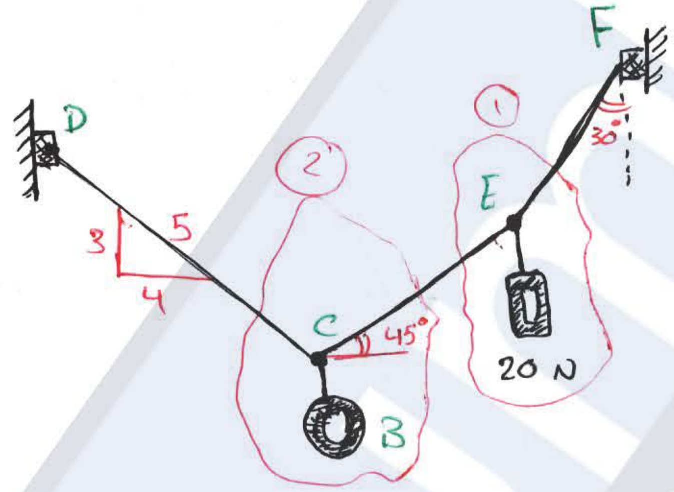
$\Rightarrow 0.7071\ F_{BC} - 0.8(420) = 0$

$\boxed{F_{CB} = 475.66\ N}$ ⇒ كمان موجبة يعني صح .

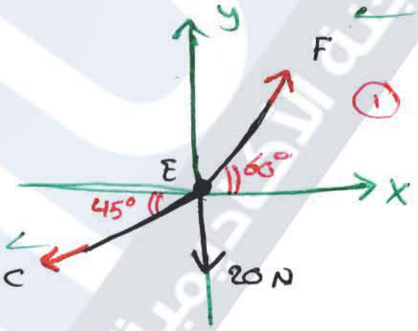
Example : The system in figure is in equilibrium & Determine the tension in the rod FE ~~and~~, CE , CD and the weight of the sack at B ?!.

* هلأ بالسؤال اللي زي هيك هاد على ال 2-d بس مش مباشر طيب كيف بدي أبلش حل ؟!! .

⇐ دائماً بدور على الإشي المعروف ، وبعدها بشوف إنو بدي أعمل قطع يكون كحد أقصى فيه ② مجاهيل و كحد أقل واحد معلوم . في الشكل اللي عنا راح يكون "رقم ①"



⇐ بطبق على القطع رقم ① معادلات الإتزان :-



$\boxed{1}$ $+\uparrow \sum F_y = 0$

$$F_{EF} * \sin 60^\circ - F_{EC} * \sin 45^\circ - 20 = 0$$

لأنها لتحت

① ⇐ $0.866\, F_{EF} - 0.7071\, F_{EC} = 20$

$\boxed{2}$ $\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0$

لأنها للشمال

$$F_{EF} * \cos 60 - F_{EC} * \cos 45 = 0$$

$0.5\, F_{EF} = 0.7071\, F_{EC}$

معادلتين بمجهولين ⇐

⇒ $F_{EF} = 1.4142\, F_{EC}$ ⇒ in eq. ①

$$0.866\,(1.4142\, F_{EC}) - 0.7071\, F_{CE} = 20$$

in eq. ② ⇐ $\boxed{F_{CE} = 38.6\ N}$ ⇒ موجب يعني إتجاهها صح (tension)

$$0.5\, F_{EF} = 0.7071\,(38.6)$$

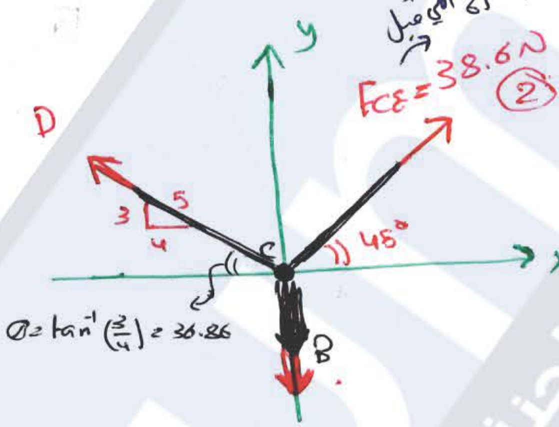
$\boxed{F_{EF} = 54.58\ N}$ ⇒ موجب يعني إتجاها صح .

⇝ يتبع

← يتبع :

هلأ هيك بكون طلّعنا قيمة F_{CE} و F_{EF} ، بعد هيك بدي أرجع أعمل كمان قطع بحيث يكون عندي بحد أقصى ② مجهولات وبحد أقل واحد معلوم

" قطع رقم ② " : هون أنا أصلاً مطلّع F_{CE} وطلعت معي موجب ∴ يعني tension فراح أرجع أستخدمها مشان أوجد الباقي !.



← رح نطبق كمان مرة معادلات الاتزان !.

1 $\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0$ لاحظ علشان

$$\left((38.6) * \cos 45°\right) - F_{DC} * \left(\frac{4}{5}\right) = 0.$$

$$0.8 \; F_{CD} = 27.2943$$

$$\boxed{F_{CD} = 34.1 \; N}$$

2 $+\uparrow \sum F_y = 0$

$$(38.6 * \sin 45) + (\underbrace{34.1}_{F_{DC}} * (\tfrac{3}{5})) - \underbrace{F_{CB}}_{\text{weight}} = 0$$

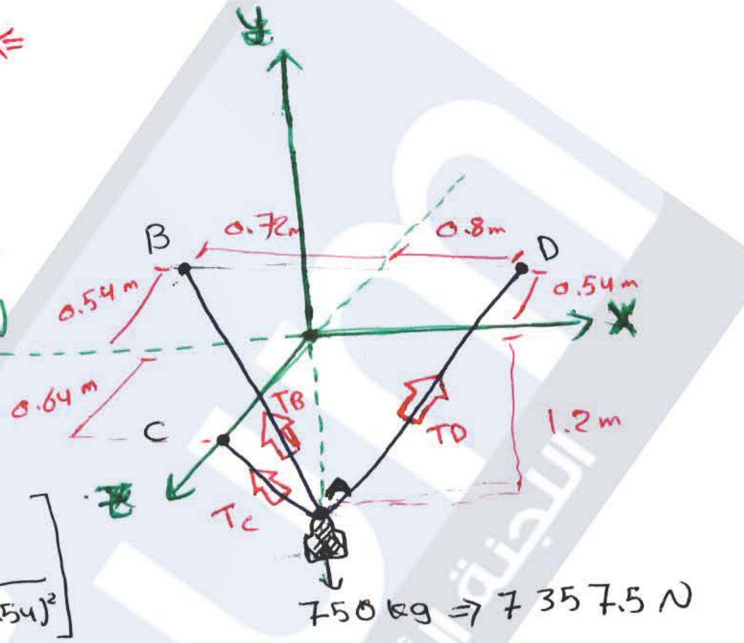
$$\boxed{F_{CB} = \text{weight of } B = 47.8 N}$$

* Note * لو دكتور طلبا مني بدل ال weight طلب ال mass لازم أقسم على ال g .

$$\text{mass of } B = \frac{47.8}{9.81} = 4.868 \text{ Kg}$$

Example: a 750-kg crate is supported by 3-cables ...

Determine the tension in each cable.



⇐ هاد السؤال على ال 3-d هون كمانه منشان أحل لازم أحول كل قوة بكل حبل لـ Vector وبعدها أطبق معادلات الاتزان :-

$A = (0, -1.2, 0)$ $B = (-0.72, 0, -0.54)$

$C = (0, 0, 0.64)$ $D = (0.8, 0, -0.54)$

⇒ Vector. ⇐ بدي أحول كل قوة لـ

1 T_D: $\vec{T}_D = T_D \left[\dfrac{0.8\hat{i} + 1.2\hat{j} - 0.54\hat{k}}{\sqrt{(0.8)^2 + (1.2)^2 + (0.54)^2}} \right]$

$\vec{T}_D = 0.519\, T_D \hat{i} + 0.779\, T_D \hat{j} - 0.351\, T_D \hat{k} \Rightarrow (1)$

2 T_B: $\vec{T}_B = T_B \left[\dfrac{-0.72\hat{i} + 1.2\hat{j} - 0.54\hat{k}}{\sqrt{(0.72)^2 + (1.2)^2 + (0.54)^2}} \right]$

$\vec{T}_B = -0.48\, T_B \hat{i} + 0.8\, T_B \hat{j} - 0.3\, T_B \hat{k} \Rightarrow (2)$

3 T_C: $\vec{T}_C = T_C \left[\dfrac{0\hat{i} + 1.2\hat{j} + 0.64\hat{k}}{\sqrt{(1.2)^2 + (0.64)^2}} \right]$

$\vec{T}_C = 0.882\, T_C \hat{j} + 0.471\, T_C \hat{k} \Rightarrow (3)$

3 معادلات بـ 3 مجاهيل بنحلهم .

⇒ **then:**

(1) $\sum \vec{F}_x = 0$ بجمع الي عند $\hat{i}$ مع إشاراتهم

$0.5195\, T_D - 0.48\, T_B = 0$

(2) $\sum \vec{F}_y = 0$ بجمع الي عند $\hat{j}$ مع إشاراتهم

weight

$0.779\, T_D + 0.8\, T_B + 0.822\, T_C - (750 * 9.81) = 0$

(3) $\sum \vec{F}_z = 0$ بجمع الي عند $\hat{k}$ مع إشاراتهم

$-0.351\, T_D - 0.36\, T_B + 0.471\, T_C = 0$

بالحذف أو التعويض

⇐ الأجوبة :-

* $T_D = 2430.5$ N
* $T_B = 2629.8$ N
* $T_C = 3830.5$ N

⇒ Chapter 4 : Moment :

⇐ بهاد الشابتر راح نعرف إشي إسمو ال moment ومن هون بدنا نعرف قانون الـ moment :

moment القانون الرئيسي للـ ⇒ $\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}}$

→ $M = \|\vec{r}\| \, \|\vec{F}\| \sin\theta$

→ θ = the angle between $\vec{r}$ and F

⇐ بعد هيك راح نقسم ال Chapter لقسمين أساسين هم :
① 2-d
② 3-d

① الـ 2-d :- في أسئلة الـ 2-d راح نحل السؤال بأكثر من طريقة وكلهم صح بس الطريقة الأسهل واللي راح نعتمدها بأكل هي إنو نوخذ قيمة الـ Force مضروبة مع المسافة العامودية بين ال Force والنقطة الي بدي أوجد ال moment عندها ومن هون راح يكون قانون الـ moment هيك.

*) $\boxed{M = d * F}$

d: المسافة العامودية بين القوة والنقطة اللي بدي أوجد عندها الـ moment

ⓐ ملاحظة :- ليش بس بال 2-d كاخذ المسافة العامودية ما بحل cross prod. !!

لأنو :- $\vec{M} = \|\vec{r}\| \, \|\vec{F}\| \sin\theta$

ولما أخذ المسافة العامودية $\theta = 90$

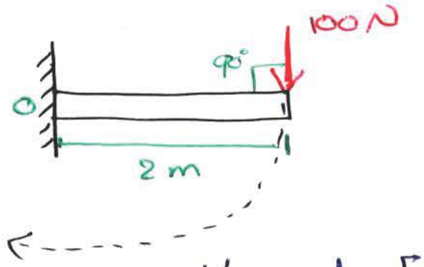
و $\sin 90 = 1$ فبضل عنا $M = \|\vec{r}\| \, \|\vec{F}\|$

↳ $M = d * F$.

هلّأ قبل ما إنبلّش بالـ 3-d بدنا نوخذ أسئلة على الـ 2-d بكل حالاتها وراح إنحل السؤال بأكثر من طريقة :-

Example: Determine the magnitude and direction of the moment about "O" :-

1



هاي أسهل حالة لأنو المسافة اللي عندي هي مسافة عامودية بين القوة والنقطة فبطبق مباشرة :.

$$M_o = d * F$$
$$= 2 * 100 = 200\ N.m.$$

⇐ هاي قيمة الـ moment بظل عالإتجاه.

*) الإتجاه: من الطرق اللي بقدر فيها أعرف الإتجاه هو إنو
1) نحط أصابعي الأربعة مع إتجاه القوة.
2) نحط إصبعي الإبهام عند النقطة اللي بدي أوجد عندها المومنت
3) نضُمّ أصابعي وإتجاه حركتهم هو نفسو اتجاه الـ moment

لو أطبّق على الرسمة اللي عندي راح يكون إتجاه الـ moment مع عقارب الساعة.

$$\therefore M_o = 200\ N.m \circlearrowright$$

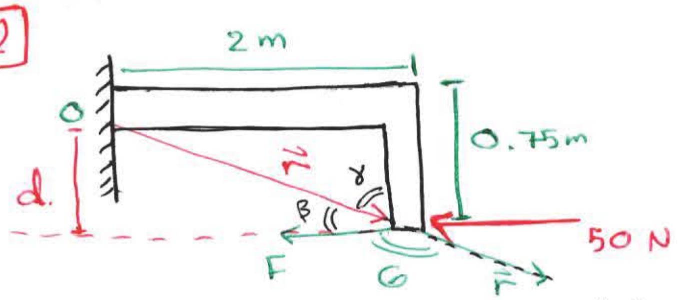
*) ملاحظة :- لو فرضنا إنو الورقة اللي بنشتغل عليها فيها إحداثيات (x-y)plane فبدو يكون (z) يا إما داخل على الورقة أو طالع من الورقة.

*) طيب لو أجيت على نفس السؤال ولفيت أصابع إيدي اليمين الأربعة مع عقارب الساعة يعني مع إتجاه الـ moment عندها إصبعي الإبهام راح يدخل جوا الصفحة يعني على الـ z السالب

ومن هون أنا بقدر أحكي إنو ($\circlearrowright = -\hat{k}$) و ($\circlearrowleft = +\hat{k}$)

$$\therefore M_o = 200\ N.m \circlearrowright = -200\ N.m\ \hat{k}$$

2



* هادالسؤال 2-d و طلب ال moment عند "o"
طلو بدي أحلو بقد أحلو بـ «3» طرق :.

① أول طريقة وهي أسهل طريقة :.

$$M_o = d * F$$
$$= 0.75 * 50 \Rightarrow \boxed{M_o = 37.5 \text{ N.m} \circlearrowright \quad \vec{M}_o = (-37.5\hat{k}) \text{ N.m.}}$$

②

⇐ الطريقة الثانية هي أنو عندي قانون ال moment الرئيسي هو. "$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$" ومشان أقدر أطبقو بدي 2-vectors

① $\vec{r} = 2\hat{i} - 0.75\hat{j}$ ② $\vec{F} = -50\hat{i}$.

$$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$\vec{M}_o = (2\hat{i} - 0.75\hat{j}) \times (-50\hat{i})$$
$$\boxed{\vec{M}_o = -37.5\hat{k} \quad M_o = 37.5 \circlearrowright \text{ N.m.}}$$

③ ⇐ 1 الطريقة الثالثة هي أنو أستخدم القانون "$M = \|\vec{r}\| \|\vec{F}\| \sin\theta$"

* الفكرة فيها كيف أحدد θ :
θ = هي الزاوية التي بين ال tail تاع ال Force وال tail تاع $\vec{r}$

then: $\gamma = \tan^{-1}\frac{2}{0.75} = 69.44°$

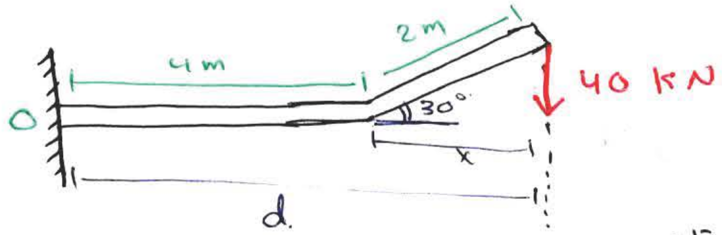
$\beta = 90 - \gamma = 20.556°$

$\boxed{\theta = 180 - \gamma = 159.444°}$

$\|\vec{r}\| = \sqrt{(2)^2 + (0.75)^2} = 4.5625$, $\|\vec{F}\| = 50$

$\Rightarrow M_o = \|\vec{r}\| \|\vec{F}\| \sin\theta$
$= (4.5625)(50)\sin(159.444) = \boxed{37.5 \text{ N.m} \circlearrowright}$

3



* هاد السؤال مباشر و اكل تاعو.

$M = (d) * F$ ← الفكرة هون منها

$$M_o = d * F$$

$$d = 4 + X$$
$$X = 2\cos 30°$$
$$d = 4 + 2\cos 30°$$

$$M_o = (4 + 2\cos 30) * 40$$

$$M_o = 229 \text{ kN.m}$$

$$M_o = -229\,\hat{k} \text{ kN.m}$$

بعد ما ذبحنا طريقة الحل في شوية شغلات لازم نعرفها -

Notes:

1. إذا طلبا مني إيجاد الـ moment لـ Force وكانت الـ force بتمر بنفس النقطة الي طلبا عندها الـ moment هون بيكون قيمة الـ moment تساوي صفر.
   * لأنو عندها $d = 0$.

2. إذا أعطاني بنفس السؤال أكثر من Force وطلبا مني إيجاد محصلة الـ moment عند نقطة :-

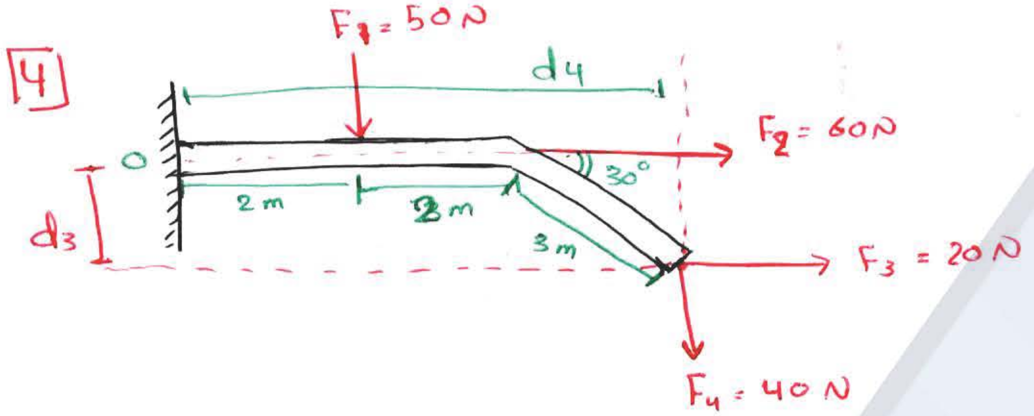
⇒ ① يا إما بحسب الـ moment تاع كل Force كال وبحدد اتجاهو. وبعد ما أوجد لكل الـ Forces الي عندي بجمعهم مع إشاراتهم والمحصلة بتكون مع الإشارة الأكبر. طويلة

② أو إنو قبل ما أبلش أحل بفرض إشارة من عندي ، مثلاً (+↶ أو +↷) وبعدها بصير أحل وأطلّع الـ moment وكما يكون الـ moment مع الإتجاه الي أنا فارضو بحطو موجب وإذا كان عكس الإتجاه بحطو سالب وبالنهاية بس أخلّصها كُلّ الـ moments بجمعهم مع إشاراتهم :-

↲ * إذا طلع الجواب موجب فبكون إتجاه المحصلة مع الإتجاه الي أنا فارضو.

↲ * إذا طلع الجواب سالب بكون إتجاه المحصلة عكس الإتجاه الي أنا فارضو

4



* بدنا نحلو عالطريقتين :-

① الطريقة الأولى إنو أطلع كل moment لحال وبعدها أجمعهم :-

*) $F_1 \Rightarrow M_1 = d_1 * F_1 = 2 * 50 = 100\ N.m \circlearrowright$

$= -100\ N.m\ \hat{k}$

*) $F_2 \Rightarrow M_2 = d_2 * F_2$

$d = 0 \rightarrow$ لأنو بتمر بنفس النقطة

$M_2 = 0$

*) $F_3 \Rightarrow M_3 = d_3 * F_3$

$\Rightarrow d_3 = 3 \sin 30°$

$M_3 = (3 \sin 30°) * 20 = 30\ N.m \circlearrowleft$

$= 30\ \hat{k}\ N.m$

*) $F_4 \Rightarrow M_4 = d_4 * F_4$

$\Rightarrow d_4 = 4 + 3 \cos 30°$

$M_4 = (4 + 3\cos 30°) * 40 = 263.92\ N.m \circlearrowright$

$= -263.92\ \hat{k}\ N.m$

then: Resultant moment $= M_R$

$\vec{M}_R = (-100 + 0 + 30 - 263.92)\ \hat{k}$

$\vec{M}_R \cong (-334)\ \hat{k}\ N.m$

$M_R \cong 334\ N.m \circlearrowright$

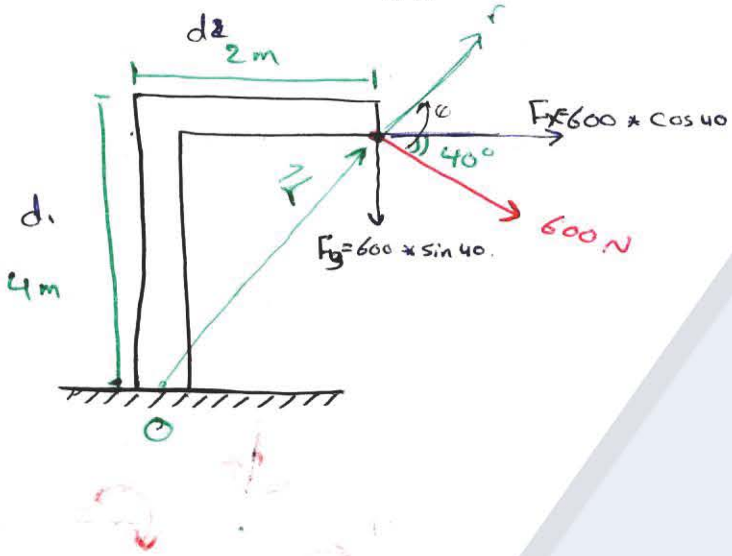
② الطريقة الثانية وهي الأسهل إنو أفرض فرض من عندي وبعدها أبدأ أحل .. دائماً ومش شرط : الأفضل إنو أفرض عكس عقارب الساعة موجب "

$\circlearrowleft + \sum M_o = (-50 * 2) + (0) + (-40 * (4 + 3\cos 30)) + (20 * (3 \sin 30))$

$M_R = -334\ N.m \rightarrow M_R = 334\ N.m \circlearrowright$

يعني عكس الإتجاه هاد

Example: Calculate the magnitude of the moment about "O" ?!.



⇐ وهاد السؤال عندي
القوة بحللها لمركبتين هم Fx و Fy
وبعد هد بحل على الطريقة السهلة !-
(القوة بالمسافة العامودية) !-

① أول طريقة :-
بما أنو عندي أكثر من قوة بجيب Fx و Fy بعوض إتجاه :-

$$\overset{+}{\circlearrowright} \sum M_o = ((600 \cos 40) * 4) + ((600 \sin 40) * 2)$$

$$M_o = 2610 \circlearrowright \ N.m = -2610 \hat{k} \ N.m.$$

② ثاني طريقة إنو آخذ $(\vec{r})$ و $(\vec{F})$ وأعمل Cross prod. :-

(ملاحطة) بس أجي أكتب $\vec{r}$ vectors دائماً الأسهل إنو آخذ الـ origen. عند النقطة "O" (0,0)

$$\vec{r} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{F} = 600 \cos 40 \hat{i} - 600 \sin 40 \hat{j}$$

$$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{M}_o = (2\hat{i} + 4\hat{j}) \times (600 \cos 40 \hat{i} - 600 \sin 40 \hat{j})$$

$$\vec{M}_o = -2610 \hat{k} \ N.m$$

$$M_o = 2610 \circlearrowright \ N.m.$$

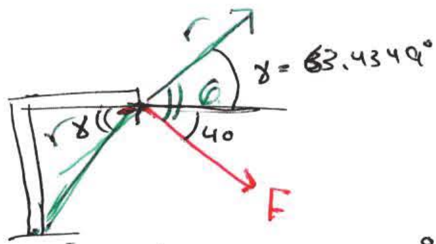
③ ثالث طريقة إنو أستخدم القانون هاد $M = \|\vec{r}\| \, \|\vec{F}\| \sin \theta$

$\Rightarrow \|\vec{r}\| = \sqrt{(2)^2 + (4)^2} = 4.472$

$\Rightarrow \|\vec{F}\| = 600$

$\Rightarrow \theta =$ الزاوية بين نقطة تلاقي الـ tail تاع الـ Force مع الـ tail تاع $\vec{r}$

$$\theta = 40 + 63.4349° = 103.4349°$$



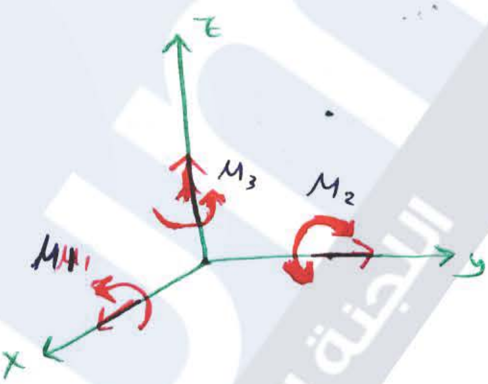
$$\gamma = \tan^{-1} \frac{4}{2} = 63.4349°$$

$$M_o = (4.472)(600) \sin(103.4349)$$

$$M_o = 2610 \ N.m \circlearrowright$$

*) Moment in 3-d.

* بهاد الجزء طريقة الحل ثابتة وإلها خطوات ثابتة لأي سؤال .
بس قبل ما نبلش بالحل والشرح بدنا نعرف إشي بسيط بال 3-d .



* لو فرضنا إنو عندي (M_1 و M_2, M_3) زي ما هو موجود في الرسمة و طلب مني أحول أو أكتب الـ moment هاد على شكل vector :-

* طريقة الحل بسيط وما فيها حسابات بس بدنا نتخيل :-

* لو أجينا على M_1 : أول إشي بلف أصابعي الأربعة باليد اليمنى مع إتجاه الـ moment ⟸ M_1 وبشوف الإبهام لوين بكون إتجاهو :-

⟸ M_1 لما ألف أصابعي الإبهام راح يتجه إلى الـ x الموجب فبكتبا قيمة الـ moment's vector هيك .

$$\vec{M}_1 = M_1 \hat{i}$$

* لو أجينا على M_2 :-
راح ألف أصابعي مع إتجاه الـ moment والإبهام راح يروح لل y الموجب فبكتبا الـ moment هيك .

$$\vec{M}_2 = M_2 \hat{j}$$

* لو أجينا على M_3 :-
راح ألف أصابعي مع اتجاه الـ moment والإبهام راح يروح لل z الموجب فبكتبا الـ moment هيك .

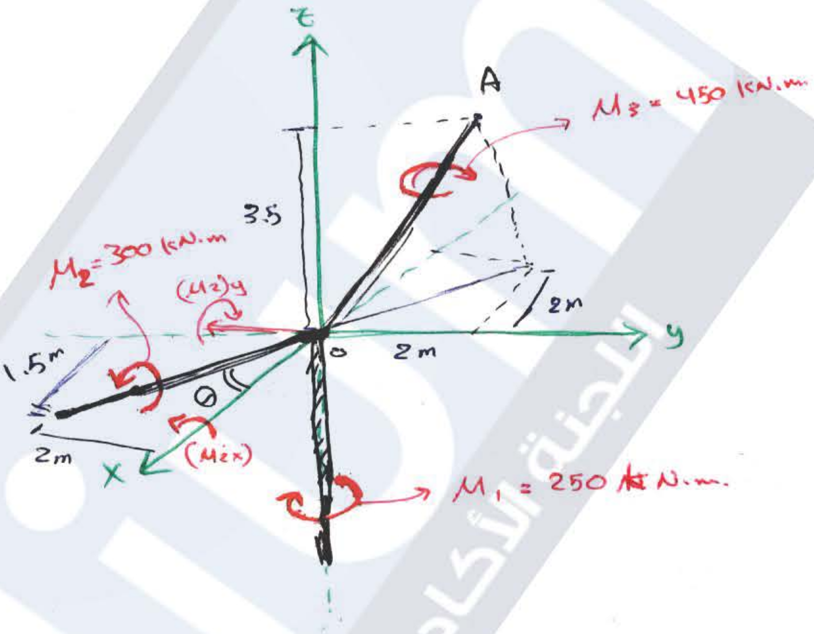
$$\vec{M}_3 = M_3 \hat{k}$$

⟸ لو بدي أكتب الـ MR :

$$\vec{M}_R = M_1 \hat{i} + M_2 \hat{j} + M_3 \hat{k}$$

Example: Determine the resultant couple moment acting on the pipe assembly

(إذا الرسمة مش واضحة شوفوها بالكتاب (F4-23) .



* حسب بصيغ سؤال ما في فكرة إلا إنو بدي أعامل الـ moment زي ما كنت أعامل الـ Force بـ Chapter 2 وأحللو وبعد ما أحللو بحط الإشارة (+) أو (-) زي ما تعلمنا قبل شوي .

* $\vec{M}_1 \equiv$ لو أجي ألف أصابعي مع الـ M_1 راح تيجي الإبهام للـ z السالب

إذاً ⇒ $\boxed{\vec{M}_1 = -250\,\hat{k} \text{ kN.m}}$

* $\vec{M}_2 \equiv$ M_2 موجودة على الـ plane (xy) ومش منطبقة على أي axis عشان أحللها بدي زاوية ((θ)) .

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{2}{1.5} = 53.13^\circ$$

$$(M_2)_x = +(300 * \cos 53.13) \text{ kN.m} = 180$$

لأنو بس ألف أصابعي الإبهام بروح عال x الموجب

$$(M_2)_y = -(300 * \sin 53.13) \text{ kN.m} = -240.$$

لأنو الإبهام بروح للـ y السالب

$$\therefore \boxed{\vec{M}_2 = (180\,\hat{i} - 240\,\hat{j}) \text{ kN.m}}$$

* $M_3 \equiv$ M_3 مشان أحولها لـ Vector بدي أعمل زي ما تعلمنا بـ شابتر 2 ـ position unit .

$A = (-2, 2, 3.5)$
$O = (0, 0, 0)$

$$\vec{M}_3 = 450\left[\frac{-2\hat{i} + 2\hat{j} + 3.5\hat{k}}{\sqrt{(2)^2 + (2)^2 + (3.5)^2}}\right] \Rightarrow \boxed{\vec{M}_3 = -200\,\hat{i} + 200\,\hat{j} + 350\,\hat{k}}$$

$$\vec{M}_R \equiv \sum M_x\,\hat{i} + \sum M_y\,\hat{j} + \sum M_z\,\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{M}_R = -20\,\hat{i} + 40\,\hat{j} + 100\,\hat{k}}$$

* بعد هاد الموضوع بدنا نتعلم كيف نوجد الـ moment في الـ 3-d.

ومشان نوجده في عنا خطوات ثابتة بحل أي سؤال :-.

*) خطوات إيجاد الـ Moment في الـ 3-d عند نقطة :-

1) إذا كان عندي Force وحدة أو أكثر لازم أحولهم لـ vector زي ما تحدثنا بـ Chapter 2.

ركّز ← 2) بحدّد " $\vec{r}$ " :-

$\vec{r}$ = هو المسافة "من" النقطة المطلوب إيجاد الـ moment عندها "لأي" نقطة على خط عمل الـ Force.

3) بعمل cross prod. بين " $\vec{M} = \vec{r} \times F$ " مع مراعاة الترتيب *

Notes :- 1) لو كان عندي أكثر من Force. بعمل لكل Force نفس الخطوات الي فوقه وبعدها بس بدي أحسب الـ Resultant moment بجمع الـ $\hat{i}$ كال والـ $\hat{j}$ كال والـ $\hat{k}$ كال.

$$\vec{M}_R = \sum M_x \hat{i} + \sum M_y \hat{j} + \sum M_z \hat{k}$$

2) ملاحظات عامة :-

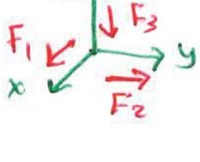
مهمة *) إذا كانت الـ Force بالـ 3-d ، "بتقطع أو موازية" لـ axis فهي ما بتعمل عليه moment.

*) إذا كانت الـ Force موازية لـ axis معين وبدي أكتبها as a vector فهي بتوخذ نفس الـ Unit vector تاع الـ axis الي موازية إله،

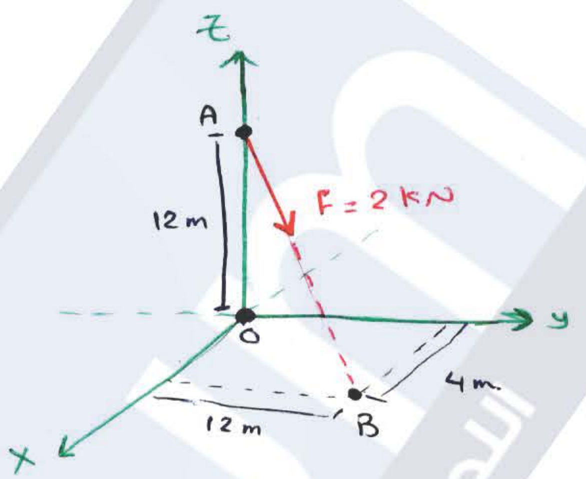
$\vec{F}_1 = F_1 \hat{i}$

$\vec{F}_2 = F_2 \hat{j}$

$\vec{F}_3 = -F_3 \hat{k}$



Example: Determine the moment produced by the force F about point "O". Express the resultant as a cartesian vector.



$A = (0, 0, 12)$

$B = (4, 12, 0)$

$O = (0, 0, 0)$

$\boxed{1}$ أول خطوة نحول ال Force لـ vector

$$\vec{F}_{AB} = \left(\frac{\vec{r}_{AB}}{\|\vec{r}_{AB}\|}\right) * F_{AB}$$

$$\vec{F}_{AB} = 2\left[\frac{4\hat{i} + 12\hat{j} - 12\hat{k}}{\sqrt{(4)^2 + (12)^2 + (12)^2}}\right]$$

$$\vec{F}_{AB} = 0.4588\hat{i} + 1.376\hat{j} - 1.376\hat{k}$$

$\boxed{2}$ بدي أجد $(\vec{r})$:- وأنا بعرف إنو $\vec{r}$ هي المسافة من المفصلة

اللي بدي أوجد عندها الـ moment يعني المفصلة "O" لأي

نقطة على خط عمل الـ Force يعني بقدر إني آخذ

$\vec{r}_{OA}$ أو $\vec{r}_{OB}$

(*) والأسهل دائماً إنو آخذ $\vec{r}$ اللي فيها أقل عدد من المركبات يعني

$\vec{r}_{OA} = 12\hat{k}$ و $\vec{r}_{OB} = 4\hat{i} + 12\hat{j}$ ف الأسهل إنو آخذ

$\vec{r}_{OA}$ ∴

$\boxed{3}$ أعمل Cross product بين $\vec{r} \times \vec{F}$

مع مراعاة الترتيب

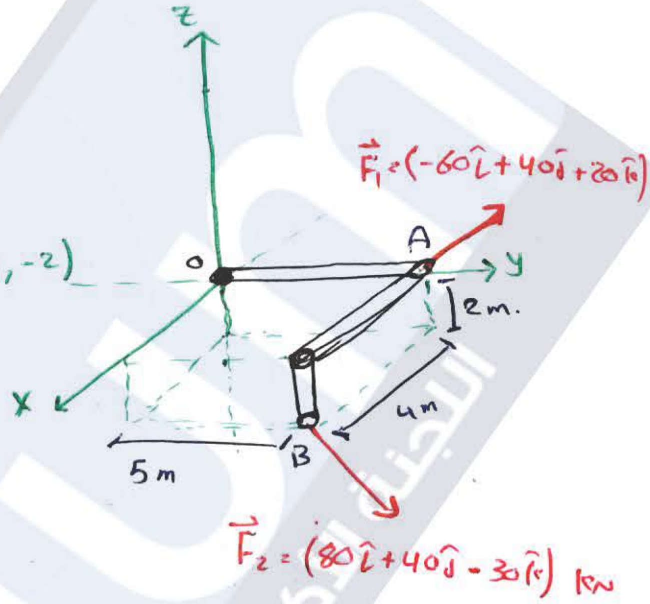
$$\vec{M}_o = \vec{r}_{OA} \times \vec{F}_{AB} = (12\hat{k}) \times (0.4588\hat{i} + 1.376\hat{j} - 1.376\hat{k})$$

$$\vec{M}_o = (-16.5\hat{i} + 5.51\hat{j}) \text{ KN.m.} \Rightarrow \text{vector}$$

لو طلب ال magnitude

$$\|\vec{M}_o\| = \sqrt{(16.5)^2 + (5.51)^2} = 17.4 \text{ KN.m.}$$

Example: Two forces act on the rod, Determine the Resultant moment they creat about the flange at "O"



هون معطيني 2-Forces يعني بدي أطلع 2-moment وال M_R هو مجموعهم :-

$O = (0,0,0)$ ∴ $A = (0,5,0)$ $B = (4,5,-2)$

[1] أول خطوة هي أحول ال Force لـ vector
وهون هو مختصر هاي الخطوة ومعطيني ياها جاهزة .

[2] بدي أحدد " $\vec{r}$ " وهون عندي $2\text{-}\vec{r}$

*) for $\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{r}_{OA} = 5\hat{j}$ *) for $\vec{F}_2 \Rightarrow \vec{r}_{OB} = 4\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$

[3] $(\vec{M}_1)_o = \vec{r}_{OA} \times \vec{F}_1$

$$= (5\hat{j}) \times (-60\hat{i} + 40\hat{j} + 20\hat{k})$$

$$(\vec{M}_1)_o = 100\hat{i} + 300\hat{k}$$

$$(\vec{M}_2)_o = \vec{r}_{OB} \times \vec{F}_2$$

$$= (4\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}) \times (80\hat{i} + 40\hat{j} - 30\hat{k})$$

$$(\vec{M}_2)_o = -70\hat{i} - 40\hat{j} - 240\hat{k}$$

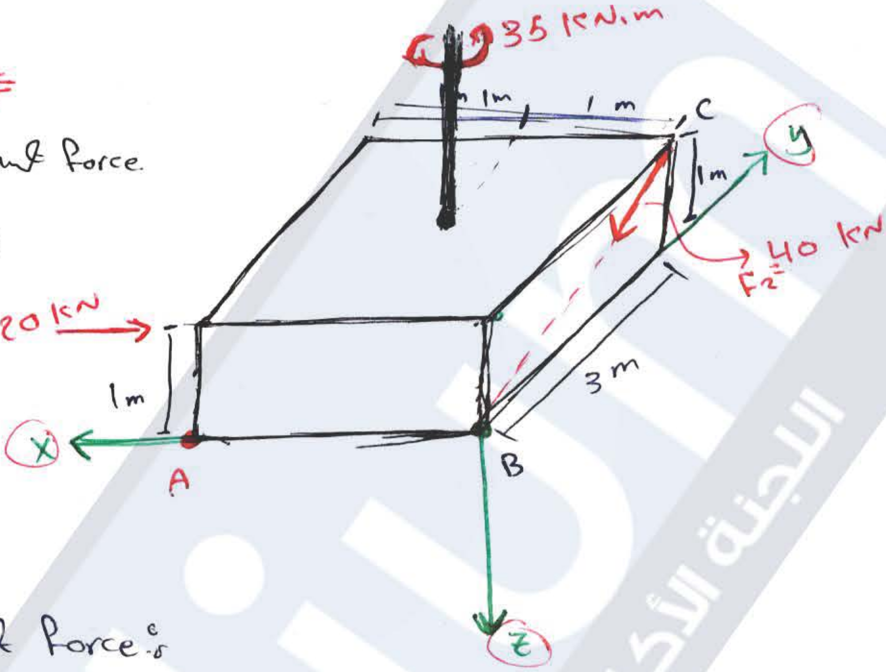
then: $(\vec{M}_R)_o = (\vec{M}_1)_o + (\vec{M}_2)_o$

$$= (100\hat{i} + 300\hat{k}) + (-70\hat{i} - 40\hat{j} - 240\hat{k})$$

$$(\vec{M}_R)_o = 30\hat{i} - 40\hat{j} + 60\hat{k}$$ ⇐ لو طلب القيمة
لـ تحت اكثر

Example: Replace the two forces and a couple by equivalent force and couple system at A:

هون الفكرة منو إنو بدو ال Resultant force وال Resultant moment عند النقطة A:



$E = (0, 3, -1)$
$B = (0, 0, 0)$
$A = (2, 0, 0)$

Solution:

1 Resultant force:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

*) لازم أحول الـ Force لـ vector.

$$\vec{F}_1 = (-20\hat{i}) \text{ kN.}$$

$$\vec{F}_2 = 40\left[\frac{-3\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{(3)^2 + (1)^2}}\right] = -37.9\hat{j} + 12.65\hat{k}$$

then: $\vec{F}_R = -20\hat{i} - 37.9\hat{j} + 12.65\hat{k}$

2 Resultant moment at A:

⇐ أول إشي بدي أعرف إنو عندي 2-force يعني عندي 2-moment وفي كمان moment جاهز ومجموعهم هو الـ $\vec{M}_R$.

*) $F_1 = 20$ kN. ⇒ موازية لـ x وبتقطع الـ z إذن ما بتعمل moment عليه

$$\therefore \vec{M}_1 = (20 * 1)\hat{j} = 20\hat{j} \text{ kN.m.}$$

*) $\vec{F}_2$: $\vec{r}_{AB} = -2\hat{i}$

$$\vec{M}_2 = (-2\hat{i}) \times (-37.9\hat{j} + 12.65\hat{k})$$

$$\vec{M}_2 = 75.8\hat{k} + 25.3\hat{j}$$

⇒ يتبع

يتبع

*) M_3 = هي الـ moment الجاهزة الي هو معطيني ياها بالسؤال ..
بس بضل علي أحولها لـ vector.
ولو لفيت أصابعي مع إتجاهها راح يروح الإبهام باتجاه الـ z السالب

So, $\vec{M}_3 = -35\,\hat{k}$

then: $(\sum M)_A = \vec{M}_R = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3$

$$\vec{M}_R = (20\,\hat{j}) + (25.3\,\hat{j} + 75.8\,\hat{k}) + (-35\,\hat{k})$$

$$\vec{M}_R = 45.3\,\hat{j} + 40.8\,\hat{k}$$

*) Civilium...

*) Mohamed Salameh.

*) Statics ...

*) Section 4.5 in the book:

⇒ Moment of ~~the~~ a force about a specified axis:

⇐ من المواضيع كمان على ال moment في ال 3-d إنو أوجد قيمة ال moment على Axis .

* إحنا قبل تعلمنا كيف نوجد ال moment على نقطة وهلّأ راح نتعلم كيف نوجدو على axis .

* هلّأ لإيجاد ال moment على ا axis راح نستخدم نفس الخطوات اللي كنا نستخدمهم لإيجاد ال moment على نقطة وراح يكون في زيادة بسيطة :-

*) خطوات الحل لإيجاد ال moment على axis :

1 نوجد ال Force كـ vector.

ركّز 2 بنحدد ($\vec{r}$) : هو المسافة ~~بين~~ أي نقطة على ال axis اللي بدي أوجد ال moment عليه [إلى] أي نقطة على خط عمل القوة .

3 بنعمل cross prod. بين " $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ " مع مراعاة الترتيب .
وهيك بنكون طلعنا ال moment على نقطة بتوقع على ال axis المطلوب إيجاد ال moment عليه .

4 نوجد unit vector لل axis إللي مطلوب عليه ال moment .

$$\vec{U}_{(axis)} = \frac{\vec{r}_1}{\|\vec{r}\|}$$

بين أي نقطتين على ال axis .

5 بنعمل Dot product بين ال unit vector لل axis وال moment تاع النقطة اللي على ال axis :

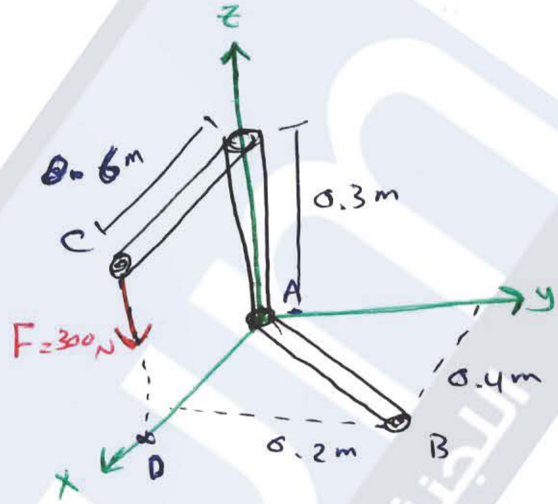
$$M_{(axis)} = \vec{M}_{(\text{النقطة})} \cdot \vec{U}_{(axis)}$$

من هون بيطلع ال M على ال axis كـ قيمة .

6 إذا بدنا نوجد ال moment على ال axis كـ vector بنرجع بنضرب قيمة ال moment اللي على ال axis بال unit vector تاعت ال axis .

$$\vec{M}_{(axis)} = M_{(axis)} * \vec{U}_{(axis)}$$

Example: Determine the moment (M_{AB}) produced by the force "F" which tends to rotate the rod about the AB-axis:-



F. طبيب بهاد السؤال طلب أوجد ال moment على ال axis (A B) :-

$A=(0,0,0)$
$B=(0.4,0.2,0)$
$C=(0.6,0,0.3)$
$D=(0.6,0,0)$

خطوات الحل :-

[1] بدي أحول ال Force لـ vector !.

هون بما انو ال Force موازية لل axis ' z فبتوخذ نفس ال unit vector إلها.

$$\boxed{\vec{F} = -300\hat{k}} \Rightarrow \text{الإثبات} \Rightarrow \vec{F} = 300\left[\frac{0\hat{i}+0\hat{j}-0.3\hat{k}}{\sqrt{(0.3)^2}}\right] = -300\hat{k}$$

[2] $\vec{r} \Rightarrow$ { بنأخذ نقطة على ال AB axis و أي نقطة على ال Force. } $\Rightarrow \boxed{\vec{r}_{AD} = 0.6\hat{i}}$ هي الأسهل ولو أخذنا أي وحدة ثانية بزبط.

[3] $\vec{M}_A = \vec{r}_{AD} \times \vec{F}$

$$\boxed{\vec{M}_A = (0.6\hat{i}) \times (-300\hat{k}) = +180\hat{j}\ N.m}$$

[4] Unit vector for the axis.

$$\vec{U}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{\|\vec{r}_{AB}\|} = \frac{0.4\hat{i}+0.2\hat{j}}{\sqrt{(0.4)^2+(0.2)^2}} \Rightarrow \boxed{\vec{U}_{AB} = 0.8944\hat{i}+0.4472\hat{j}}$$

[5] moment on the axis(AB) ⇒ "magnitude"

$$M_{AB} = \vec{M}_A \cdot \vec{U}_{AB}$$
$$= (180\hat{j}) \cdot (0.8944\hat{i}+0.4472\hat{j})$$
$$\boxed{M_{AB} = 80.5\ N.m}$$

[6] M_{AB} as a vector.

$$\vec{M}_{AB} = M_{AB} * \vec{U}_{AB} = 80.5 * (0.8944\hat{i}+4472\hat{j})$$
$$\boxed{\vec{M}_{AB} = (72\hat{i}+36\hat{j})\ N.m}$$

Section 4.6: Moment of a couple:

⇐ مشان يكون في عندي Couple moment لازم يكون في عندي 3 شروط موجودة وهي:-

Couple: Two equal forces, non collinear, and opposite forces produce a moment known as a couple.

* قوتين متساويتين في المقدار ومتعاكسات في الإتجاه وليسو على استقامة واحدة بيعملو Couple moment.

* داعماً في الـ Couple moment باخذ المسافة العامودية بين الـ 2-forces لتسهيل الحل.

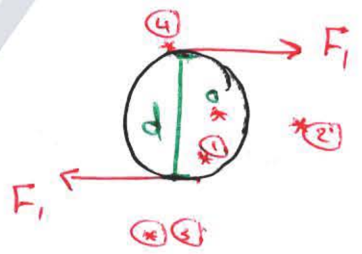
وقيمة الـ moment تساوي قيمة وحدة من الـ Forces مضروبة بالمسافة العامودية بينهم.

$$M = d * F$$

* بس يكون عندي Couple ما بهم للنقطة اللي طالب عندها الـ moment.

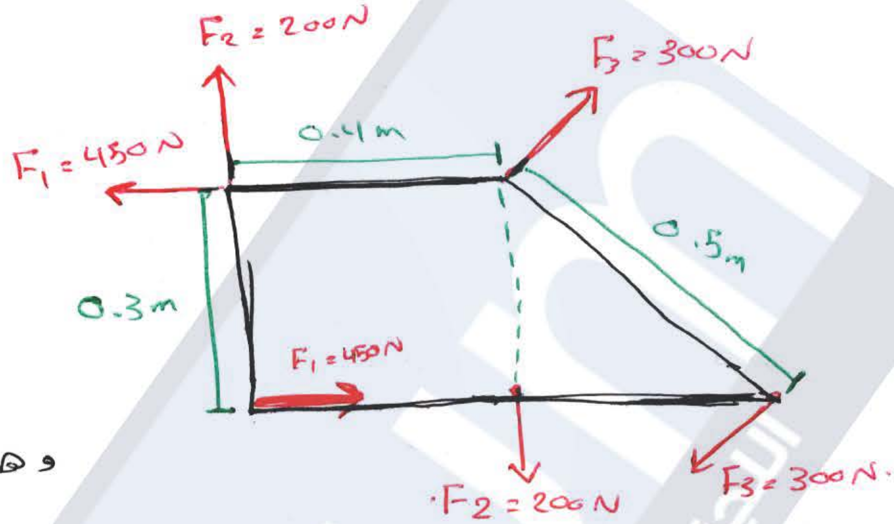
يعني ما بهم بالنقطة لأنو نفس القيمة وين ما يكونه.

$$M_0 = F_1 * d$$
$$M_1 = F_1 * d$$
$$M_2 = F_1 * d$$
$$M_3 = F_1 * d$$
$$M_4 = F_1 * d.$$



* الإتجاه تاع الـ Couple واضح كالو بحرك ايدي مع إتجاه الأسهم تاعت الـ Force.

Example: Determine the resultant couple moment of the three couples acting on the plate:



*) ملاحظة: بما إنو اللي عندي هو couple moment فهو ما بعرفلي نقطة أوجد عندها الـ moment بس هو طلب الـ Resultant وهون طريقة الحل ما بتختلف إشي.

$\boxed{1}$ بفرض إتجاه

$$\circlearrowleft + \sum M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$= (F_1 d_1) + (F_2 d_2) + (F_3 d_3)$$

$$= (450 * 0.3) - (200 * 0.4) - (300 * 0.5)$$

لأنهم بلفو عكس الفرض تاعي

$$= 135 - 80 - 150$$

$$\sum M = -95 \text{ N.m}$$

بما إنو الجواب سالب ∴ بلف عكس فرضي أنا هاد

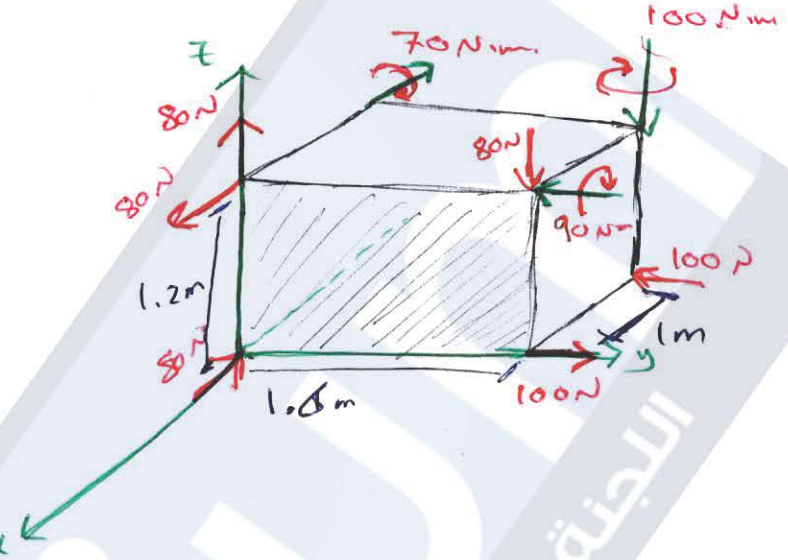
$$\text{so, } \sum M = 95 \text{ N.m} \circlearrowright$$

Enjoy ♥ Statics

Civilism...

Mohamed Salameh.

Example: find the Resultant force and couple system which acts on the rectangular solid is:



Solution:

1. Resultant force:

$$\vec{F}_R = (80-80)\hat{i} + (100-100)\hat{j} + (80-80)\hat{k}$$

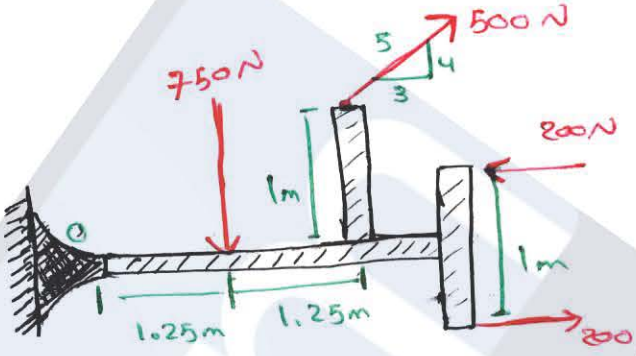
$$\boxed{\vec{F}_R = 0}$$

2. Resultant moment:

$$\vec{M}_R = -70\hat{i} - 90\hat{j} - 100\hat{k}$$

$$\|\vec{M}_R\| = 156.52 \text{ N.m}$$

Example: Replace the force and couple system acting on the member by an equivalent resultant force and moment acting at the point "O":



* غالباً بالامتحان بيجي سؤال زي هيك بس احنا هلأ بدنا ندرج شغلات من Chapter (2)

هلأ أول إشي بدنا ① نحسب ال F_R
② direction of F_R
③ $\sum M_o$

1. $\vec{F}_R = \sum F_x \hat{i} + \sum F_y \hat{j}$

*) $\sum \vec{F}_x = \left(500 * \frac{3}{5}\right) + \cancel{200} - \cancel{200}$

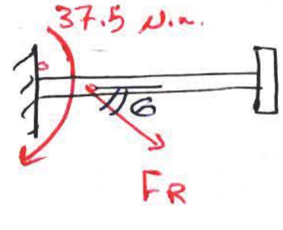
$\sum \vec{F}_x = 300\hat{i}$

*) $\sum \vec{F}_y = -750 + \left(500 * \frac{4}{5}\right)$

$\sum \vec{F}_y = -350\hat{j}$

then ⇒ $\vec{F}_R = (300\hat{i} - 350\hat{j})\ N.$ ⇒ vector
⇒ magnitude
تحت اكثر.

2. direction of F_R



$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right)$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{350}{300}\right) \Rightarrow \theta = 49.4°$

3. $\sum M_o$:

$\curvearrowleft + \ (M_R)_o = (-750 * 1.25) + \left(\left(500 * \frac{4}{5}\right) * 2.5\right) - \left(\left(500 * \frac{3}{5}\right) * 1\right) + (200 * 1)$

$(M_R)_o = -37.5\ N.m \Rightarrow (M_R)_o = 37.5\ N.m \curvearrowright$

يعني عكس عقارب هاد

Section 4.8: location of the Resultant Force:

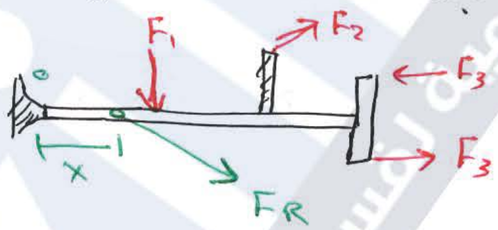
* بهاد الـ section راح نتعلم إشي واحد جديد هو إنو "مكان تأثير الـ FR" إحنا قبل هيك كنا نعرف نطلّع الـ FR والـ MR وهاد الإشي جديد علينا هو إيجاد مكان تأثير الـ FR .

⇐ السؤال بيجي إنو يطلب الـ ① FR ② direction of FR ③ MR
④ مكان تأثير الـ FR

يعني نفس المثال اللي حلينا قبل شوي بس في زيادة وحدة ع مكان التأثير .

* كيف ممكن إنو أوجد مكان تأثير الـ FR .

① بفرض معي عندي مكان بتأثر فيه الـ FR على بعد مسافة "x" من نقطة معلومة .



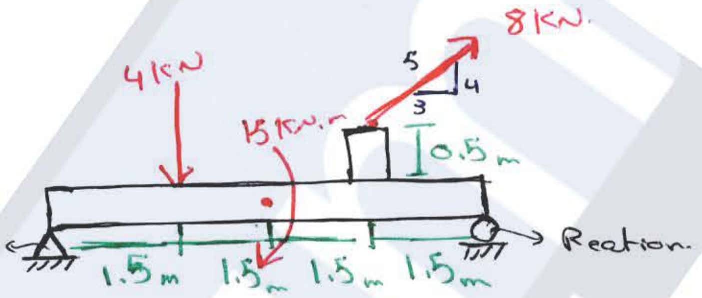
② بطبق القانون هاد :

$$(M_{FR})_o = \sum M_o$$

هاد القانون معناه :

* إنو مجموع الـ Moment تاع كل الـ Forces اللي عندي عند نقطة معينة بساوي الـ moment تاعت الـ FR عند نفس النقطة .

Example: Determine the: ① Resultant force ② the direction of the Resultant force ③ the Resultant moment about the point "O" ④ the location of the Resultant ~~moment~~ force measured from the point "O"?



1 Resultant force "$\vec{F}_R$"

$$\vec{F}_R = \sum F_x \hat{i} + \sum F_y \hat{j}$$

*) $\sum F_x = 8 * \frac{3}{5} = 4.8 \text{ KN}.$

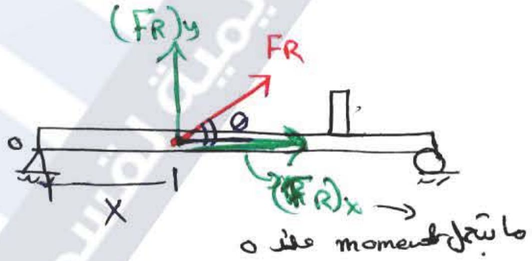
*) $\sum F_y = -4 + \left(8 * \frac{4}{5}\right) = 2.4 \text{ KN}.$

then $\vec{F}_R = (4.8\,\hat{i} + 2.4\,\hat{j}) \text{ KN}.$ $\Rightarrow$ $\|\vec{F}_R\| = \sqrt{(4.8)^2 + (2.4)^2} = 5.4 \text{ KN}$

vector = magnitude

2 Direction of the "FR"

$\theta = \tan^{-1} \frac{2.4}{4.8} \Rightarrow \theta = 26.6°$



3 $\sum M_O$:

$$\circlearrowleft + \sum M_O = (-4 * 1.5) - (15) + \left(\left(8 * \frac{4}{5}\right) * 4.5\right) - \left(\left(8 * \frac{3}{5}\right) * 0.5\right)$$

$$\sum M_O = -6 - 15 + 28.8 - 2.4$$

$$\sum M_O = 5.4 \text{ KN.m}$$

الأسهم أنو يكون نفس العرض

4 location of the "FR": $\Rightarrow$ هون بعد ما أرسم الـ FR وأضعها على بعد مسافة (X) يطبق القانون.

$$\circlearrowleft + (M_{FR})_O = \sum M_O$$

$$(2.4 * X) = 5.4$$

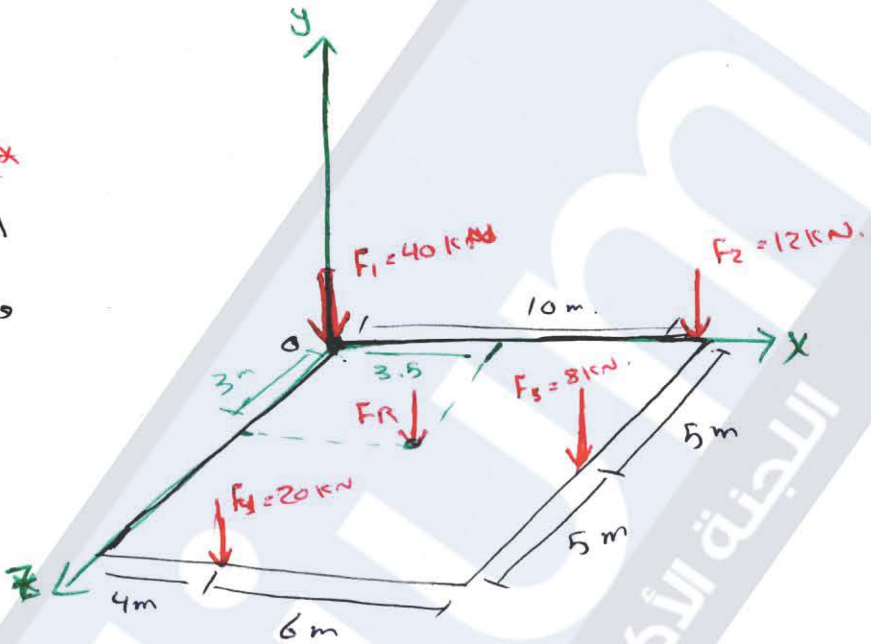
$$X = 2.25 \text{ m}$$

↳ measured from the point "O".

* Note *
FR إلها مركبتين
المركبة اللي على الـ X
ما بتعمل moment مشان
هيك بس باخذ المركبة
اللي على الـ y

Example: (4.8) → 3-d.

Determine the Resultant Force and the point of application measured from the point "O".



* هاد السؤال نفس فكرة السؤال اللي قبل بس هاد بال 3-d
وفي طريقة سهلة للحل هي :-

$\boxed{1}$

# Force	$\vec{r}$ from "O"	$\vec{F}$	$\vec{M}_o = \vec{r}_o \times \vec{F}$
1	0	$-40\hat{j}$	0
2	$10\hat{i}$	$-12\hat{j}$	$-120\hat{k}$
3	$10\hat{i}+5\hat{k}$	$-8\hat{j}$	$-80\hat{k}+40\hat{i}$
4	$4\hat{i}+10\hat{k}$	$-20\hat{j}$	$-80\hat{k}+200\hat{i}$
Σ		$\vec{F}_R = -80\hat{j}$	$\vec{M}_R = 240\hat{i}-280\hat{k}$

Resultant Force.   Resultant moment at "O"

$\boxed{2}$ $(M_{FR})_o = \Sigma M_o$

location ← $\vec{r}_o \times \vec{F}_R = 240\hat{i} - 280\hat{k}$

$(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) \times (-80\hat{j}) = 240\hat{i} - 280\hat{k}$

$80z\hat{i} - 80x\hat{k} = 240\hat{i} - 280\hat{k}$

$80z\cancel{\hat{i}} = 240\cancel{\hat{i}}$; $\cancel{-}80x\cancel{\hat{k}} = \cancel{-}280\cancel{\hat{k}}$

$z = 3\,m$ $x = 3.5$

So, location of the F_R:
$\vec{r} = 3.5\hat{i} + 3\hat{k}$

⇒ Section 4.9 : Reduction of a simple distributed loading :

⇐ بهاد ال section راح نتعلّم إشي جديد هو ال "Distributed load"

* إحنا في عنّا 3 أنواع بهاد ال section من ال Distributed load

وهي :
1 مستطيل "rectangle"
2 مثلث "triangle."
3 إقتران "function"

⇐ الفكرة كل الأسئلة تاعت ال Distributed load هي إنو أحوّل هالشكل اللّي عندي لقوة عادية وكل حالة إلها خواصها بس في إشي مشترك بينهم :

* دائماً بس أحوّل من Distributed لَ Concentrated

بحتاج إلى : ① قيمة ال Force
② مكان تأثير ال Force "location."

* قيمة ال Force : هي دائماً مساحة "Area." للشكل اللي عندي مهما كان الشكل .

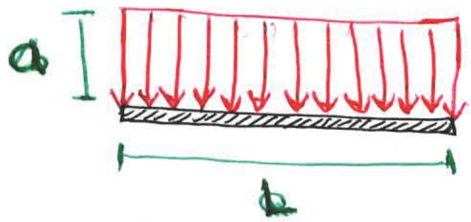
* مكان التأثير : بختلف على حسب الشكل .

⇐ طبيعة الأسئلة اللّي بتجي عليه هي نفسها الأسئلة اللّي كُنّا نحلها قبل بس إنو هون معطيني بدل ال Force معطيني Distributed load وعشان أحل السؤال شو ما كان المطلوب اللّي راح يزيد عليّ إنو بدي أحول ال Distr. لـ Force عادية وبعدها أحل.

يتبع ⇐ أشكال ال Distributed load وطريقة الحل لكل واحدة.

⇐ أنواع الـ Distributed load :-

[1] rectangle " المستطيل "



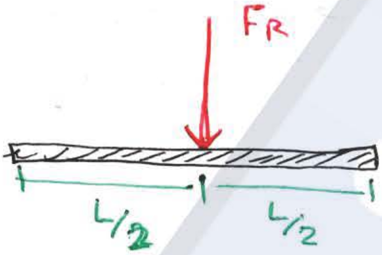
⇐ لو فرضنا إنو عندي المستطيل هاد و بدي أحوله لـ concentrated load.

فبحتاج لإشيين :- ① قيمة الـ Force
② مكان التأثير.

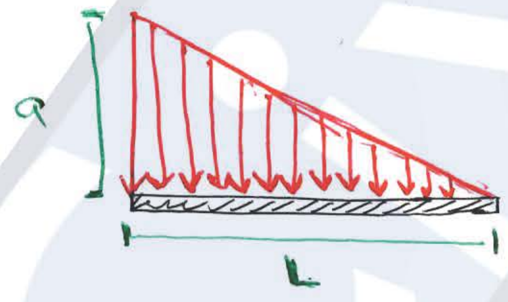
(*) في المستطيل :- مكان التأثير في منتصف القاعدة.

دائماً
$F_R = Area = q * L$

location = $L/2$



[2] triangle " المثلث "



⇐ كمان بالمثلث هاد بدي أحوله
فبحتاج ① قوة
② مكان التأثير :-

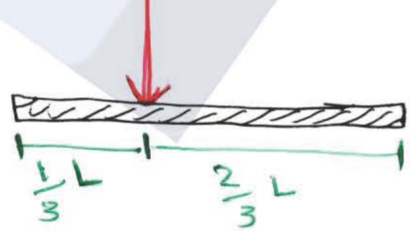
(*) مكان التأثير في المثلث هو :-

$(\frac{1}{3} * L)$ من الزاوية القائمة

أو $(\frac{2}{3} * L)$ من الزاوية الحادة.

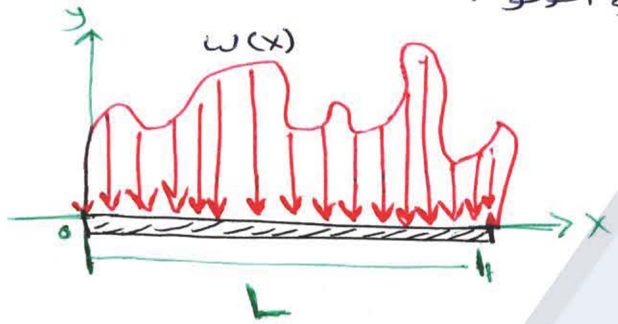
$F_R = Area = \frac{1}{2} * L * q$

location = $(\frac{1}{3} * L)$ من الزاوية القائمة or $(\frac{2}{3} * L)$ من الزاوية الحادة.



3 function "إقتران"

⇐ بهاي الحالة الثالثة راح يكون الشكل اللي عندي مش منتظم وراح يعطيني إقتران و بدي أحولو .



$F_R = Area$ → عن طريق التكامل

⇒ $$\boxed{F_R = \int_0^L w(x)\, dx.}$$

* لو كان عندي إقتران بالشكل العام هاد وبدي أحولو أول إشي قيمة القوة ما راح تختلف لأنها الـ Area للشكل وراح أوجدها عن طريق التكامل.

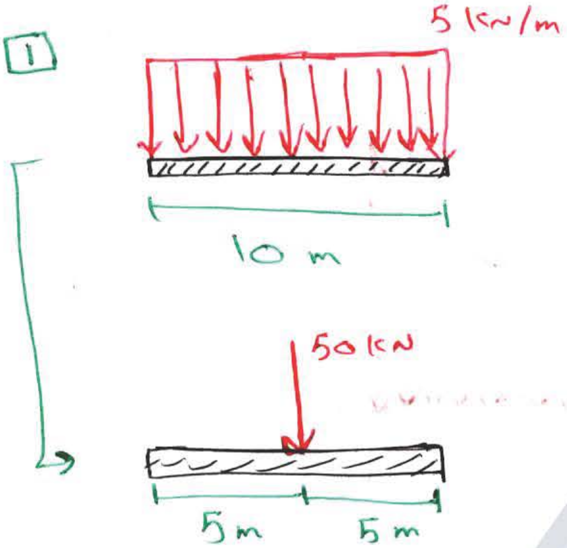
* مشان أوجد مكان التأثير في هاي الحالة بعد ما أطلع قيمة الـ Force ما علي إلا إنو أجي أرجع أكتب القانون تاع التكامل كمان مرة ⇐ "وأضرب طرفين القانون بـ X" يعني هيك

$$\cancel{X}\quad F_R = \int_0^L w(x)\, dx \quad \cancel{X}$$

بكون طلعت قيمتها من هون

Example: Convert to Concentrated load:

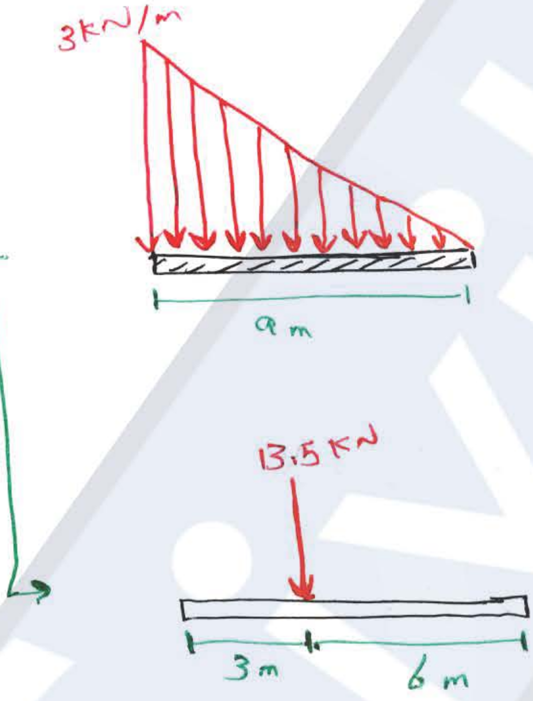
1



*) $F = \text{Area} = 5 * 10 = 50 \text{ kN}$

*) $\text{location} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m.}$

2



*) $F = \text{Area} = \frac{1}{2} * 9 * 3$

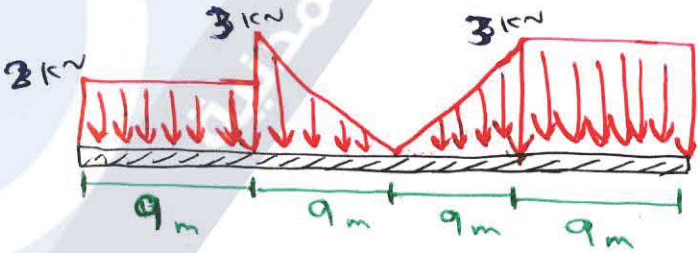
$F = 13.5 \text{ kN.}$

*) location:

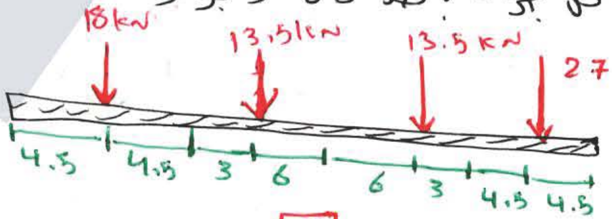
من الزاوية القائمة ⇐ $\frac{1}{3} * 9 = 3 \text{ m}$

من الزاوية الحادة ⇐ $\frac{2}{3} * 9 = 6 \text{ m.}$

3

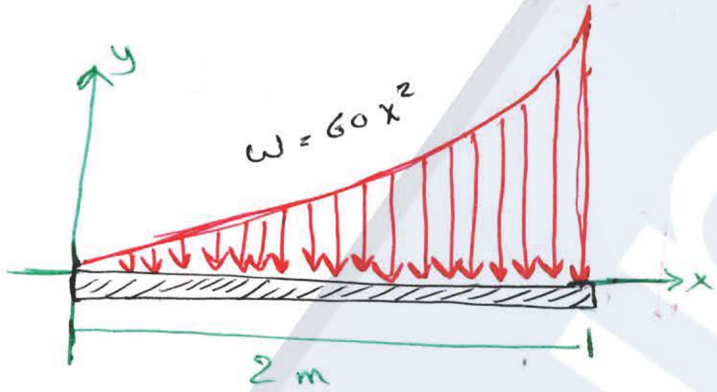


* حلّوه إنتو: كل جزء بأخذ لحال و بحولو



⟵ اكمل

Example: if $\omega = 60x^2$ N/m, Determine the ~~location~~ magnitude and location of the equivalent force on a 2m beam?!.



$\boxed{1}$ force:

$$F_R = \int_0^L w(x)\,dx$$

$$F_R = \int_0^2 60x^2\,dx = 20x^3\Big]_0^2 = 160 \text{ N}$$

$\boxed{2}$ location:

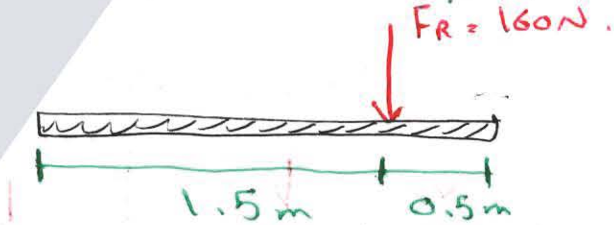
$$X * F_R = \int_0^L w(x)\,dx * X$$

$$X * 160 = \int_0^2 60x^2 * x\,dx$$

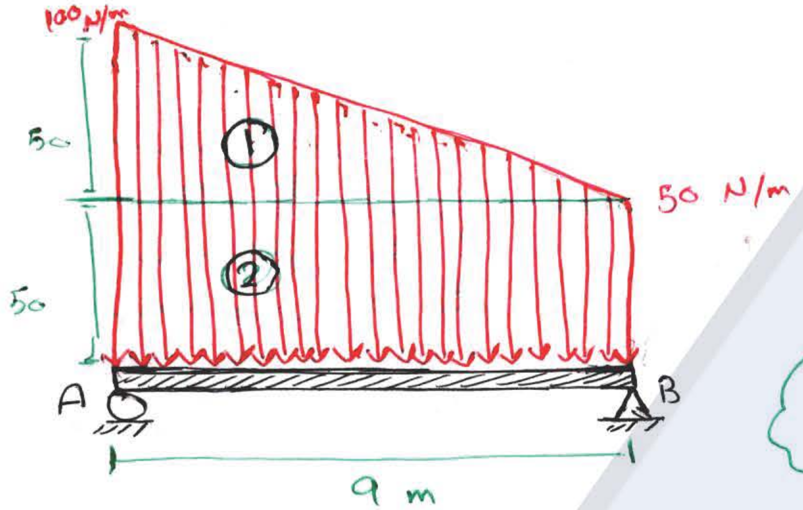
$$160X = \int_0^2 60x^3\,dx$$

$$160X = 15x^4\Big]_0^2$$

$$160x = 240 \Rightarrow x = 1.5 \text{ m}$$

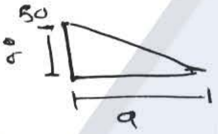


Example: Determine the magnitude and location of the Resultant force:



⇐ الفكرة اللي بالسؤال هي
انو بدي أقسم الشكل جزئين
منتظمين واحولهم زي ما
تعلمنا قبل بعد هيك بحط
ال Forces على رسمة جديدة
برجع السؤال بصير نفس الأسئلة
اللي حليناها ب section 4.8

① For the triangle:

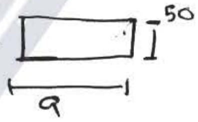


$F = \text{Area} = \frac{1}{2} * 9 * 50$

$F = 225\ N$

location: $\frac{1}{3} * 9 = \boxed{3} \Rightarrow$ من الزاوية القائمة.

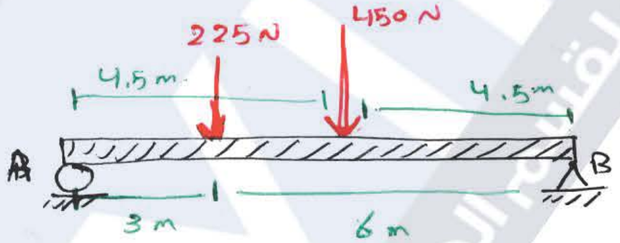
② For the rectangle:



$F = \text{Area} = 9 * 50$

$F = 450\ N$

location $= \frac{9}{2} = 4.5$



⇐ هيك رجع سؤال عادي
وبدي أحسب FR
ومكان تأثيرها.

$\boxed{1}$ Resultant force "F_R":

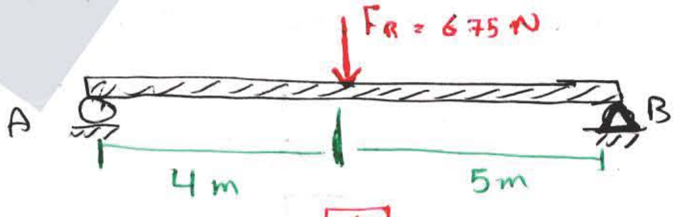
$$F_R = 225 + 450 = 675\ N$$

$\boxed{2}$ location of the resultant force:

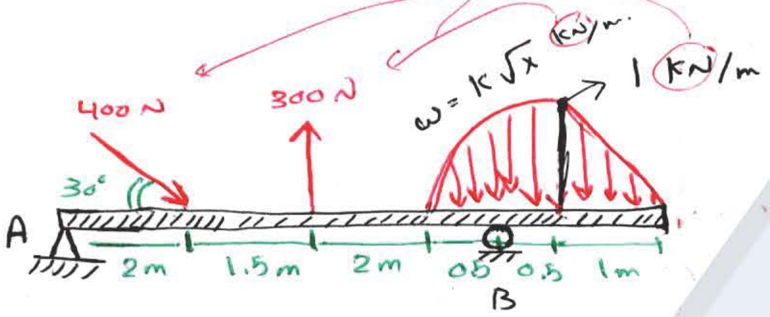
$$\circlearrowleft + \ \sum M_A = (M_{F_R})_A$$

$$(225 * 3) + (450 * 4.5) = (675 * X)$$

$$675\, X = 2700 \Rightarrow X = 4\ m$$



Example: Determine the magnitude and direction of the resultant force, then determine the location of the resultant force measured from the point "A".?!.



نفس فكرة السؤال الي قبل بدنا دخول المثلث والاقترانات للقوة عادية ونرسم رسمة جديدة ونحط عليها قيمهم بعدها برجع السؤال نفس أسئلة section 4.8

(1) for the funtion: $\omega(x) = k\sqrt{x}$

بدي أوجد قيمة k

$\omega = 0 \rightarrow x = 0$
$\omega = 1 \rightarrow x = 1$ $\rightarrow 1 = k\sqrt{1}$

$\boxed{k = 1}$

*) $F = \int_0^1 1 * \sqrt{x}\, dx = \frac{2}{3}$ kN. !!.

F = 666 N

*) location

$x * 666 = \int_0^1 \sqrt{x} * x\, dx$

x = 0.6 m

(2) for the triangle:

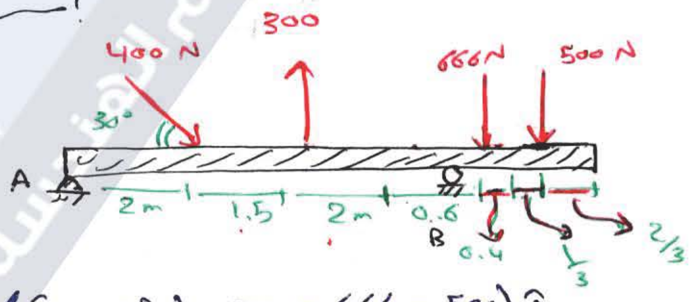
*) $F = \frac{1}{2} * 1 * 1 = 0.5$ kN

F = 500 N

*) location $= \frac{1}{3} * 1$

$= \frac{1}{3}$ من الزاوية القائمة

هلأ رجع زي الأسئلة العادية دون هون بوجد ال FR و θ و مكان تأثيرها.



[1] Resultant force: "FR"

$\vec{F}_R = (400 * \cos 30)\hat{i} + (-(400 \sin 30) + 300 - 666 - 500)\hat{j}$

$\vec{F}_R = 346.4\hat{i} - 1066\hat{j}$ ⇒ magnitude $\|\vec{F}_R\| = 1120.87$ N

[2] Direction "θ":

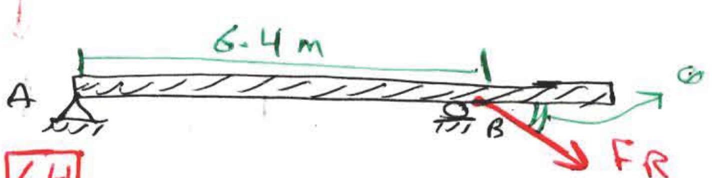
$\theta = \tan^{-1} \frac{-1066}{346.4}$ ⇒ θ = 71.9°

[3] location of FR: $\circlearrowleft + \sum M_A = (M_{F_R})_A$

مركبة FR الي على ال j لأنو الي على ال i ما تعمل moment

$((400 \sin 30) * 2) - (300 * 3.5) + (666 * 6.1) + (500 * 6.833) = 1066 * X$

X = 6.4 m
from "A"

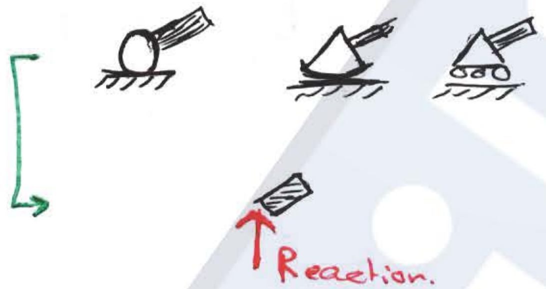


⇒ Chapter 5: Equilibrium of rigid body:

⇐ بهاد ال Chapter راح نتعلم اشيا جديد و هو كيف احسب ال Reaction
و قبل ما نتعلم كيف بدنا نعرف شو هم ال Reaction وكيف نتعامل معهم.

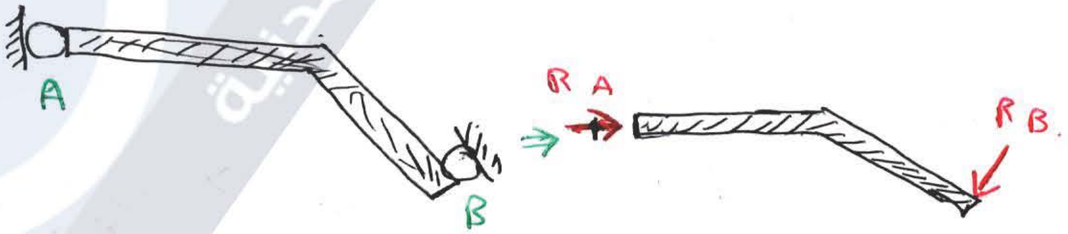
⊗ في ال Reaction أشكال كثير إحنا بدنا أو بهمنا نعرف جزء منهم
وهم "3" أنواع رئيسية: "pin , roller و fixed"
و مشان نعرف نحل الأسئلة اللي بهاد ال chapter بدنا نتعرف على
شكل كل نوع من هدول ال Reaction.

حفظ ① roller : "rocker"

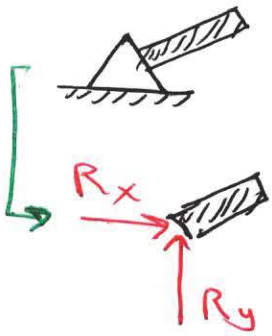


⇐ بس أشوف شكل من
هدول بعرف إنو هاد
ال Reaction بأثر بس
بقوة وحدة عامودية
على سطح التلامس.

Example:

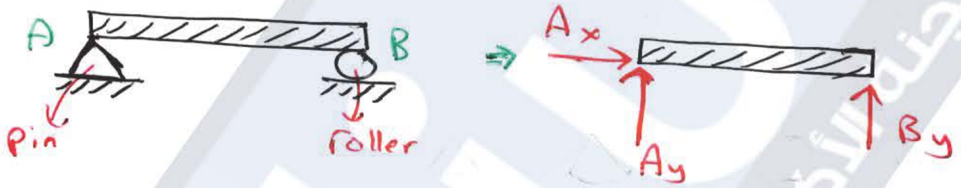


2 pin or hinge:

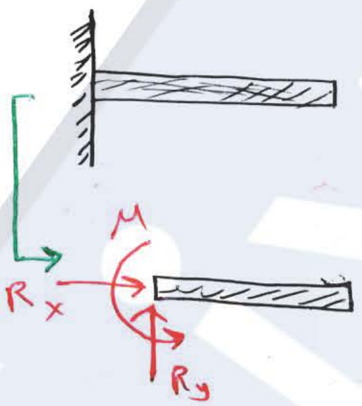


لبس أشوف هاد الشكل بعرف إنو الـ Reaction بأثر بقوتين وحدة على الـ x والثانية على الـ y

Example:

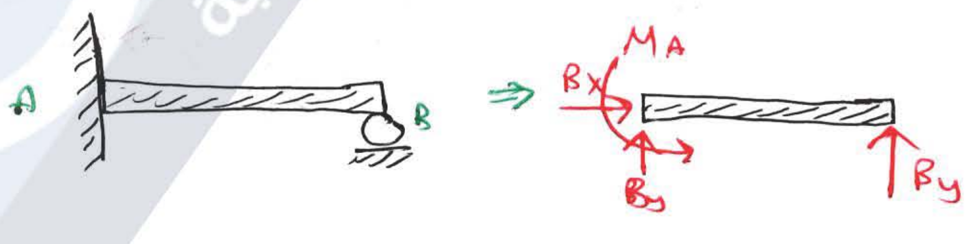


3 fixed:



لبس أشوف هاد الـ Reaction بعرف إنو في عندي 2-forces و 1-moment.

Example:



← بعد ما إتعرفنا على أشكال الـ Reaction وعرفنا كل شكل شو القوى اللي بأثر فيها
بدنا نوخذ خطوات الحل وكيف السؤال بيجي بـ:

* الأسئلة بالعادة بتيجي نفس أسئلة section 4.8 4.9 وبيطلب فيها إضافة إلي المطاليب
اللي كان يطلبها قبل مثل الـ Resultant Force والـ θ والـ MR و...
يطلب مني أوجد قيمة الـ Reaction وخطوات الحل هي:- أو جد الـ Reaction :-

⇐ خطوات إيجاد الـ Reaction :

1) "F.B.D." Free Body Diagram :-

والمقصود منه إنو ارسم الشكل اللي عندي وأستبدل الـ Reaction
وأحط بدالهم القوة تاعتهم

* ملاحظة :- بس أجي أشيل مثلاً هاد وبدي أحط مكانو قوة ما بهمني
كيف أحطها إذا كانت لفوق أو لتحت للمين أو للشمال لأنا بحطها
أي إتجاه بدي بس بالحل إذا طلعت هي سالبة بعكسها.

2) نطبق معادلة الـ moment : "$\sum M = 0$"

وهون بس أجي أطبق هاي المعادلة بطبقها عند النقطة اللي عليها
أكثر عدد من المجاهيل "مشان ألغيهم" وأوجد المجهول الباقي.

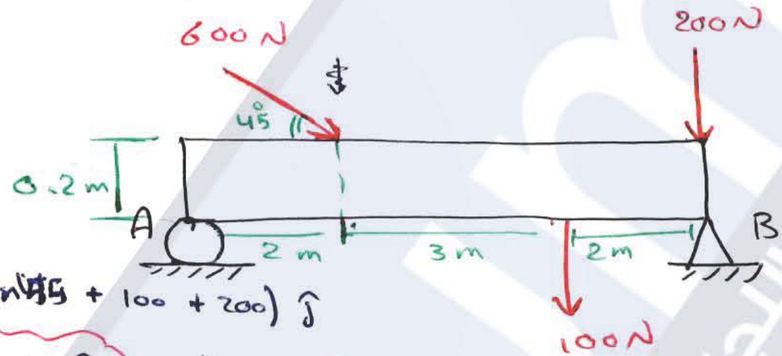
3) بطبق معادلة الإتزان تاعت الـ Force :
"$\sum F_y = 0$" and "$\sum F_x = 0$"

وبوجد باقي المجاهيل.

* ملاحظة : إحنا كنا بـ Chapter 4 نطبق المعادلات $\sum M$, $\sum F_y$ & $\sum F_x$
بس ما كنا نساويهم بالصفر.
يعني الفرق هون إنو بس أجي أعمل الـ F.B.D وبدي أطلع الـ Reaction
بساوي المعادلات بالصفر بس.

ليش ؟! ⇐ لأنو الجسم متزن

Example: Determine ~~the~~ ① F_R "Resultant Force" ② Direction of the resultant force. ③ location of the "F_R" measured from the point "A" ④ the Horizontal and vertical components of the Reactions for the located beam.



① F_R:

$$\vec{F}_R = \sum F_x \hat{i} + \sum F_y \hat{j}$$

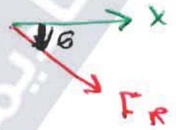
$$\vec{F}_R = (600\cos 45)\hat{i} - (600\sin 45 + 100 + 200)\hat{j}$$

$$\vec{F}_R = 424.3\,\hat{i} - 724.3\,\hat{j} \Rightarrow \|\vec{F}_R\| = 839.4\ N$$

② Direction of F_R:

يعني مع عقارب الساعة.

$$\theta = \tan^{-1}\frac{-724.3}{424.3} \Rightarrow \theta = -59.6°$$



③ location of F_R:

$$\circlearrowleft + \quad \sum M_A = (M_{F_R})_A$$

$$((600 * \cos 45) * 0.2) + ((600 * \sin 45) * 2) + (100 * 5) + (200 * 7)$$

$$= (424.3 * 0.2) + (724.3 * X)$$

$$2833.45 = 84.86 + 724.3\,X$$

$$x = 3.8\ m \Rightarrow \text{from point } A.$$

* Note: هلّأ لهون ما في إشي جديد حتى ما نوصل إحنا نعمل F.B.D.

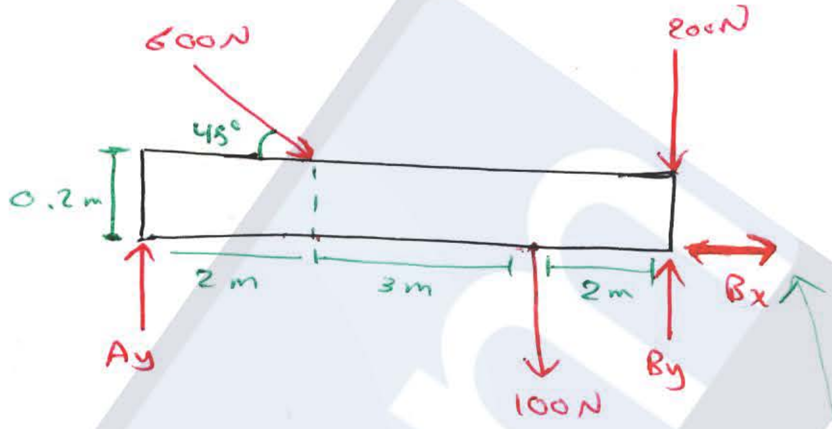
~~④ Reactions:~~ بس بعد هيك كا بدي أطلّع الـ Reaction بحتاج أعمل F.B.D.

④ ⇒ يتبع

⇐ تبع

④ **Reaction:**

① **F.B.D:**



② $\sum M = 0$

↳ عند النقطة اللي عليها أكبر عدد من المجاهيل . " المفصل B ".

$$\sum M_B = 0 \quad \circlearrowright +$$

$$(100 * 2) + ((600 * \sin 45°) * 5) - ((600 * \cos 45°) * 0.2) - (A_y * 7) = 0$$

$$200 + 2121.3 - 84.85 - 7A_y = 0$$

$$7A_y = 2236.467$$

$$A_y = 319.5 \text{ N}$$

③ $\sum F_x = 0$ & $\sum F_y = 0$

*) $\overset{+}{\uparrow} \sum F_y = 0$.

$$A_y + B_y - (600 \sin 45) - 200 - 100 = 0$$

$$B_y = 404.77 \text{ N}$$

*) $\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0$

$$(600 * \cos 45°) + B_x = 0$$

$$B_x = -424.26 \text{ N} \Rightarrow B_x = 424.26 \text{ N} \leftarrow$$

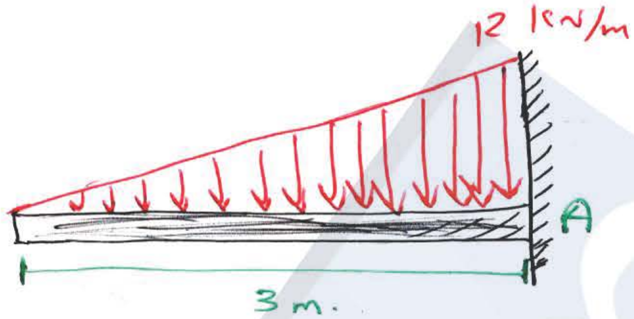
يعني عكس فرضي هاد .

* ارجعوا لسؤال صفحة "56" و "63" و "64"

وأحسبوا قيمة الـ Reaction فيهم

Example: Determine the Reaction at "A":

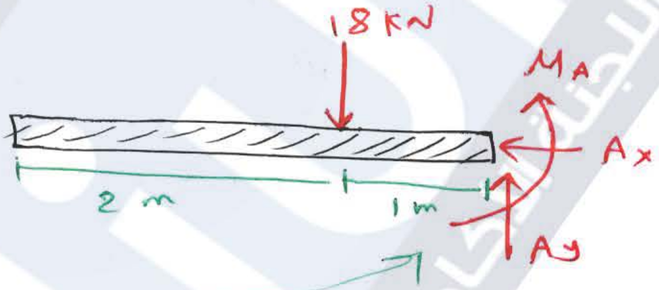
(*) دائماً لما يكون في عندي Distributed load وبدي أوجد الـ Reaction بحولو لقوة وحدة.



$F = \frac{1}{2} * 12 * 3 = 18\ kN$

$\text{location} = \frac{1}{3} * 3 = \boxed{1m} \Rightarrow$ من الزاوية القائمة.

① F.B.D:



② $\sum M = 0$

$\circlearrowleft + \sum M_A = 0$

$(18 * 1) + M_A = 0$

$M_A = -18\ kN.m \Rightarrow M_A = 18\ kN.m \circlearrowright$

عكس فرضي هاد

③ $\sum F_x = 0$ & $\sum F_y = 0$.

*) $\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$

*) $\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 18\ kN$

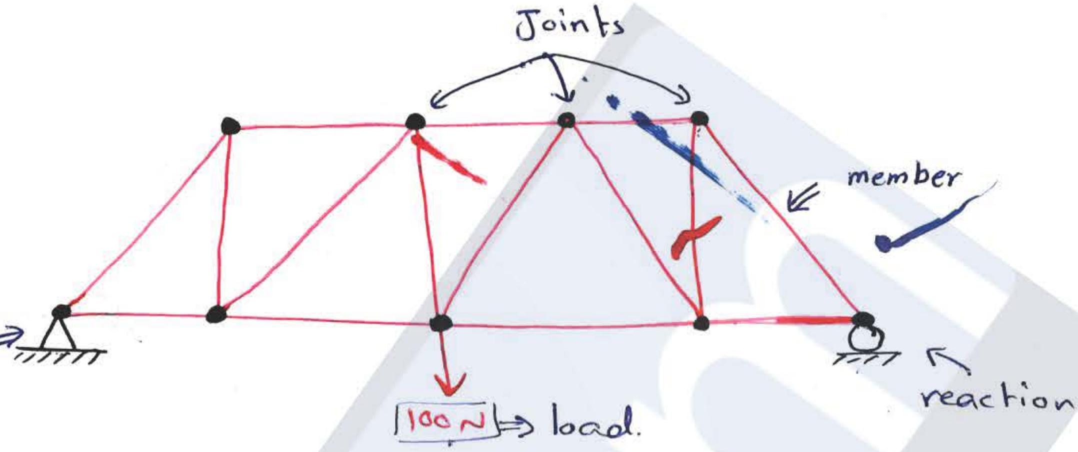
(*) الموضوع هاد مهم كثير :-

ارجعوا للكتاب وحلّوا أسئلة متنوعة عليه.

Chapter 6: Structural Analysis:

* تعريف بشكل عام:

* هذا الشكل يسمى "trusses"

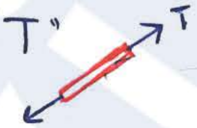


*) **Forces in trusses:**

1. loads and reaction. ⇒ External.
2. Forces in the members. ⇒ internal.

* هلّأ الـ"internal" بتكون على حالتين:

1. Tension: "T"



"عندما تكون القوة خارجة من الـ member تسمى tension"

2. compresion: "C"

"عندما تكون القوة داخلة باتجاه الـmember تسمى "Compresion"

Note:
الفرق بين الـ"C" و"T" في أثناء الحل فقط "الإشارة"

* مشان نتعامل مع الـ trusses ونوجد القوة في كل member. راح نتعامل مع طريقتين أساسيتين:

1. method of Joints
2. method of section.

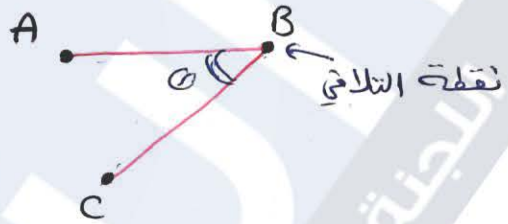
* قبل ما إشلش بشرح أي ~~شيء~~ طريقة يجب معرفة شيء مهم هو :-

⇐ Zero force member :

هدول ال "Zero force member" ، بينحطو بال trusses مش مشان تدعمو يعني ما بتأثر عليه أي قوة وهي بتأتي بطريقتين هما :-

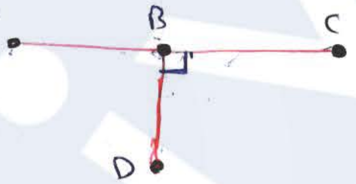
[1] لما بيكون عندي "2-members" وبينهم (θ) زاوية وعند نقطة تلاقي ال 2-member لا يوجد أي load عندها تكون قيمة ال Force في ال 2-members تساوي صفر :-

$$F_{AB} = F_{BC} = 0$$

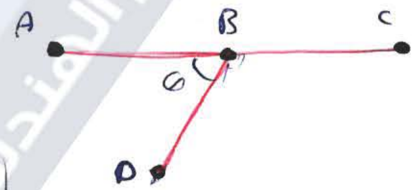


(ونستطيع إثباتها عن طريق أخذ ال "Joint "B
وتطبيق معادلتي $\Sigma F_y = 0$ و $\Sigma F_x = 0$)

[2] ثاني حالة لما يكون عندي 2 - member و collinear " يعني يكون عندي ضلعين على استقامة واحدة " ومن عند ال Joint الي تربط بين هدول ال 2-members طالع كمان member ولا يوجد عليها أي load . تكون القوة في هذا ال member تساوي صفر .



$F_{BD} = 0$, Zero force member.



$F_{BD} = 0$, Zero force member

$F = 10\ N$

$F = 10\ N$ "T"

$F = -10\ N$

$\hookrightarrow F = 10\ N$ "C"

*) هلّأ بدنا إنبلش بـ trusses ، وأول طريقة :-

[1] Method of Joints :

*) هاي الطريقة باجي فيها باخد Joint وحدة بس هاي ال Joint لازم يكون عليها شرطين :

① لازم يكون عليها كحد أقصى (2-unknown forces)

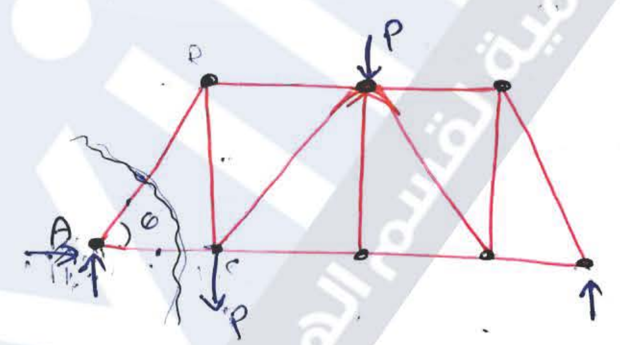
② لازم يكون عليها كحد أقل (1 known force)

⇒ طريقة الحل :-

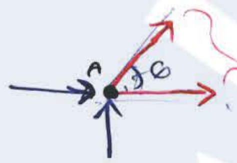
[1] find the reactions.

[2] F.B.D for joints " starting by the joint that have two unknown at most and 1 known at least "

[3] Apply equations of equilibrium. " $\sum \vec{F}_x = 0$, $\sum \vec{F}_y = 0$ "



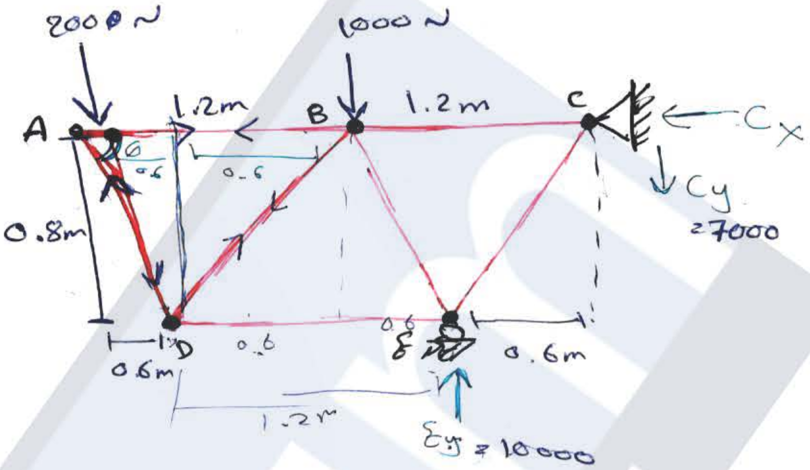
*) Joint A :



هاي القوة دائماً بفرضها إنها طالعة من ال member يعني Tension وإذا طلعت سالبة بيكون compresion

Examples ⇒ قبح

Example: Determine the force in each member of the truss shown, and use the method of joint:-



1 أول خطوة دائماً برسم F-B-D، ونجد القوة تاعت ال reactions

2 نأخذ مجموع العزوم عند النقطة التي يوجد عليها أكثر من مجهول.

$$\sum M_c = 0$$

$$(-1000 * 1.2) + (-2000 * 2.4) + E_y * 0.6 = 0$$

$$-1200 - 4800 + 0.6 E_y = 0$$

$$0.6 E_y = 6000$$

$$\boxed{E_y = 1000} \Rightarrow (C) \text{ on } E.$$

2 نستخدم باقي معادلات ال equilibrium لإيجاد باقي ال reaction:

$$\sum F_x = 0$$

$$\boxed{C_x = 0}$$

3

$$\sum F_y = 0$$

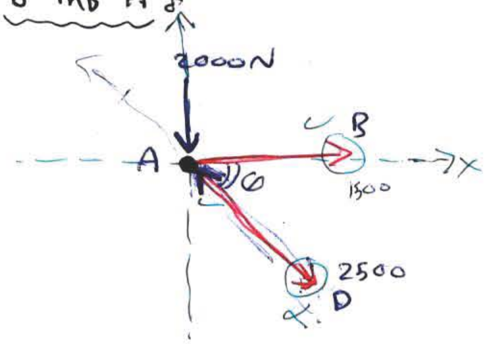
$$-2000 - 1000 + 10000 - C_y = 0$$

$$\boxed{C_y = 7000 \text{ N}}$$

هلأ بكون خلصنا الخطوة الثانية والتي هي إيجاد ال reaction وبعدها نستخدم طريقة المفاصل (Method of joint)

⇒ يتبع

⇒ Joint A :



$$\theta = \tan^{-1}\frac{0.8}{0.6} = 53.13°$$

*) $\sum F_y = 0$

$$-2000 - AD \sin 53.13° = 0$$

$$AD = -\frac{2000}{\sin 53.13°} = -2500\ N$$

$$\boxed{AD = 2500N \text{ "C"}}$$

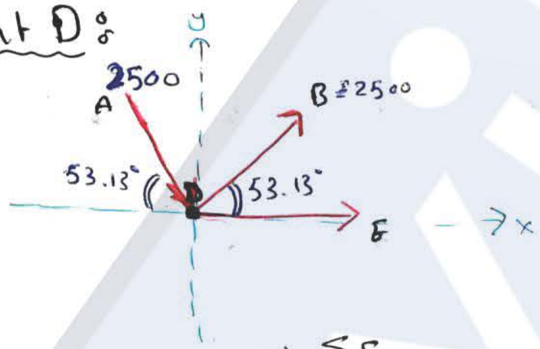
السالب تعني عكس الإتجاه .

*) $\sum F_x = 0$

$$-2500 * \cos 53.13 + AB = 0$$

$$\boxed{AB = 1500\ N \text{ "T"}}$$

⇒ Joint D :



*) $\sum F_y = 0$

$$-2500 \sin \cancel{53.13°} + DB \sin \cancel{53.13°} = 0$$

$$DB \sin \cancel{53}.13 = 2500 \sin \cancel{53}.13$$

$$\boxed{DB = 2500 \text{ "T"}}$$

*) $\sum F_x = 0$

$$2500 * \cos 53.13 + 2500 * \cos 53.13° + DE = 0$$

$$3000 + DE = 0$$

$$DE = -3000 \Rightarrow \boxed{DE = 3000\ (C)}$$

* وباقي الـ Joint نفس الشيء ...!

⊛ هسا طريقة "Method of joint" فعّالة عندما تكون جميع القوى في كل ال members مطلوبة، أما إذا بدو يعطيني truss كبير ويطلب مني القوة في member واحد أو "2" فهنالك ~~[illegible]~~ الطريقة الثانية أسهل لمثل هذه الحالات!-

2 Method of sections:

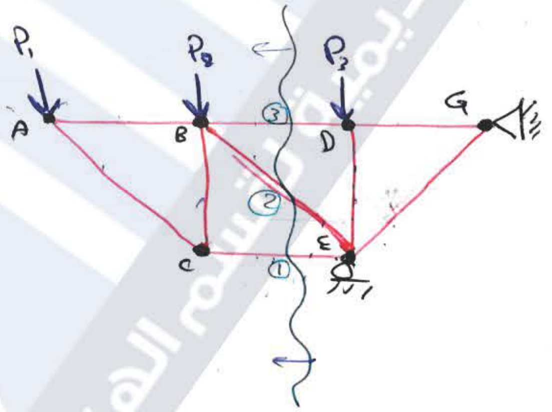
⊛ في هاي الطريقة بإجري بعمل خط على ال truss "يقطعه" بحيث أنه يتم ذلك من خلال شرطين:

1 يجب أن يمر خط القطع كحد أقصى ب 3-members

2 يجب أن يكون عند أحد ال Joint قوة معروفة.

⊛ في هاي الطريقة بطبّق (⊛

1 $\sum F_x = 0$ 2 $\sum F_y = 0$ 3 $\sum M = 0$

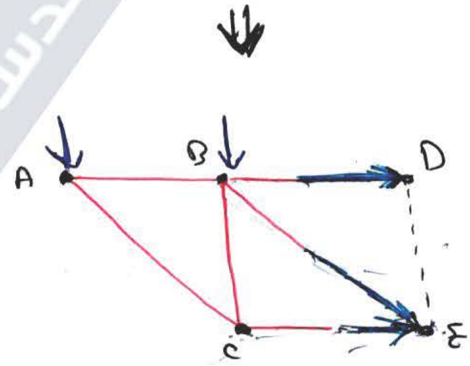


⇐ إذا كان السؤال هيك وإجا طلب مني:

Find F_{DB}, F_{BE}, F_{CE}:

~~[illegible]~~ يمكن أن أستخدم طريقة ال Joints لكن الطريقة الأسهل هي ال section.

⇐ أول إشي بنعمل ال section وبنوخذ أحد الطرفين لل section ودائماً لتسهيل الحل نأخذ الجهة التي لا يوجد فيها reactions.



1 to find $F_{BD} = ??$

we take: $\sum M_E = 0$

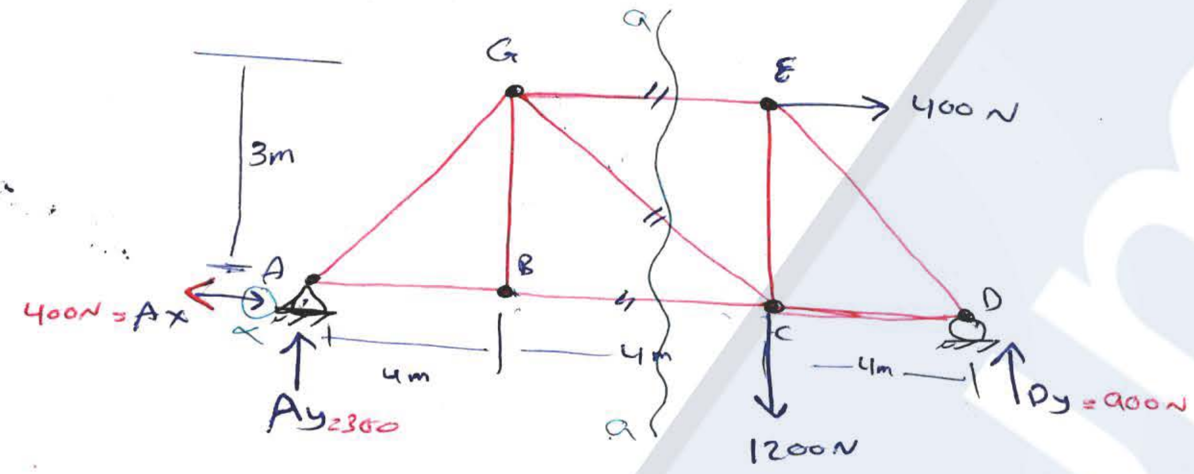
2 to find $F_{BE} = ??$

we take $\sum F_y = 0$

3 to find $F_{EC} = ??$

we take $\sum M_D = 0$

Example: Determine the force in members GE, GC and BC of the truss Shown, then indicate whehter the members are in tension or compression.



(* أول خطوة F.B.D وبعدها بوجد ال reaction

$\boxed{1}$ $\sum M_A = 0$

$$(1200 * 8) + (400 * 3) - (D_y * 12) = 0$$

$$12 D_y = 10800$$

$$\boxed{D_y = 900\ N}$$

$\boxed{2}$ $\sum F_y = 0$

$$-1200 + 900 + A_y = 0$$

$$\boxed{A_y = 300\ N}$$

$\boxed{3}$ $\sum F_x = 0$

$$A_x + 400 = 0$$

$$A_x = -400 \Rightarrow \boxed{A_x = 400\ N \leftarrow}$$

عكس إتجاه

(* هلأ بعد ما طلعت ال reaction بإجي بعمل section بحيث أنو يمر بالثلاثة members اللي مطلوب أوجدهم .

(* وبعدما أوجد ال section من الأفضل أنو آخد الجهة اللي فيها أقل عدد لل reaction أو أقل عدد ال forces

يتبع

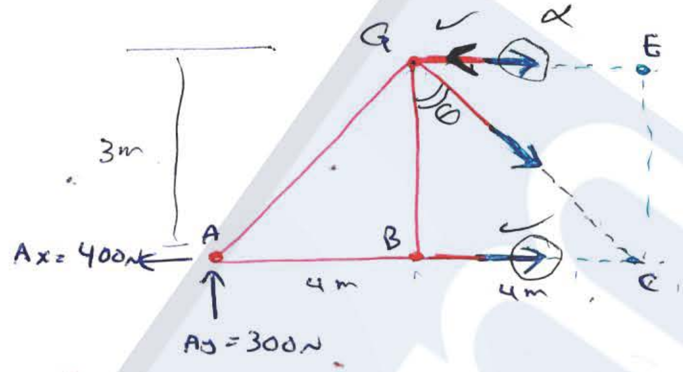
هلأ بعد ما وُجِدت الـ section باجي برسم الرسمة وبكون شايل منها جزء من إللي قصيتو بالـ section!

Notes:

طبعاً ما بنسى تشغلتين:

① إنو محل كل member بقطعو بحط مكانو Force.

② بفرض إنو الـ Force طالعة من الـ member يعني (tension).



هلأ صار عندي الشكل هيك وبدي أوجد المجاهيل

⇐ نطبّق معادلات الـ equilibrium الـ 3:

لما إنو عندي 2-Force بتلاقو بنفس النقطة باخد $\sum M$ (عند النقطة) مشان ألغيهم لتنين:

$$\sum M_e = 0 \quad (+\circlearrowleft)$$

$$(G_E * 3) + (300 * 8) = 0$$

$$3\,G_E = -2400$$

$$G_E = -800\ N \Rightarrow \boxed{G_E = 800\ N\ \text{"C"}}$$

عكس فرضنا

$$\sum M_G = 0 \quad (+\circlearrowleft)$$

$$-(BC * 3) + (300 * 4) + (400 * 3) = 0$$

$$3\,BC = 2400$$

$$\boxed{BC = 800\ N\ \text{"T"}}$$

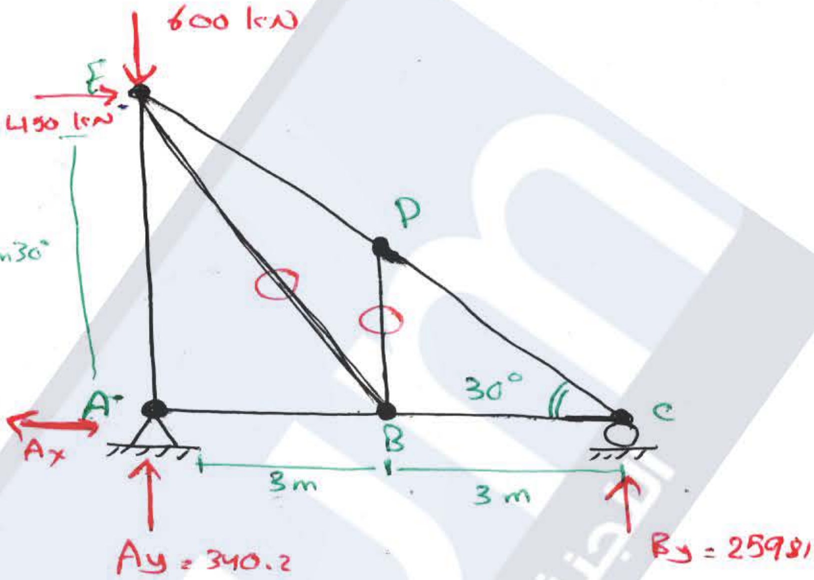
$$\sum F_y = 0 \quad , \quad \theta = \tan^{-1}\frac{4}{3} = 53.13^\circ$$

$$300 - GC * \cos 53.13^\circ = 0$$

$$GC = \frac{300}{\cos 53.13}$$

$$\boxed{GC = 500N\ \text{"T"}}$$

Example: Determine the force in each member of the truss. State if the member are in tension or compression?!.



* بما إنو طلب كل الـ Forces يعني . بدي أحل على الـ method of Joint.

1 Reaction:

(1) ↺+ $\sum M_A = 0$

$(450 * (6 * \tan 30°)) - By * 6 = 0$

$\boxed{By = 259.81\ kN}$

(2) $+\uparrow \sum F_y = 0$

$By + Ay - 600 = 0$

$\boxed{Ay = 340.2\ kN}$

(3) $\sum F_x = 0$.

$450 - Ax = 0$

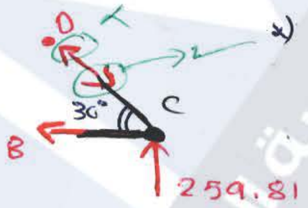
$\boxed{Ax = 450\ kN}$

2 بطلع الـ ~~عن طريق الى كنه~~ Zero force member:

$F_{BD} = 0 \ \& \ F_{BE} = 0 \}$ Zero force member.

3 بيدأ بالـ Joint C لأنها الأسهل.

Joint (C):



*) $\sum F_y = 0$

$CD * \sin 30 + 259.81 = 0$

$\boxed{CD = -519.62\ kN}$ (C)

يعني عكس الاتجاه

*) $\sum F_x = 0$

$DC * \cos 30° - BC = 0$

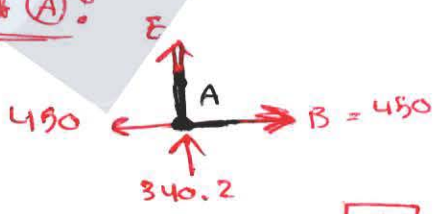
$\boxed{BC = 450\ kN}$ (T).

الـ Zero force member ما بتأثر زي أنهم مش موجودات.

*) $CD = DE = CE = 519.62$ (C)

*) $CB = BA = CA = 450\ kN$ (T)

Joint (A):

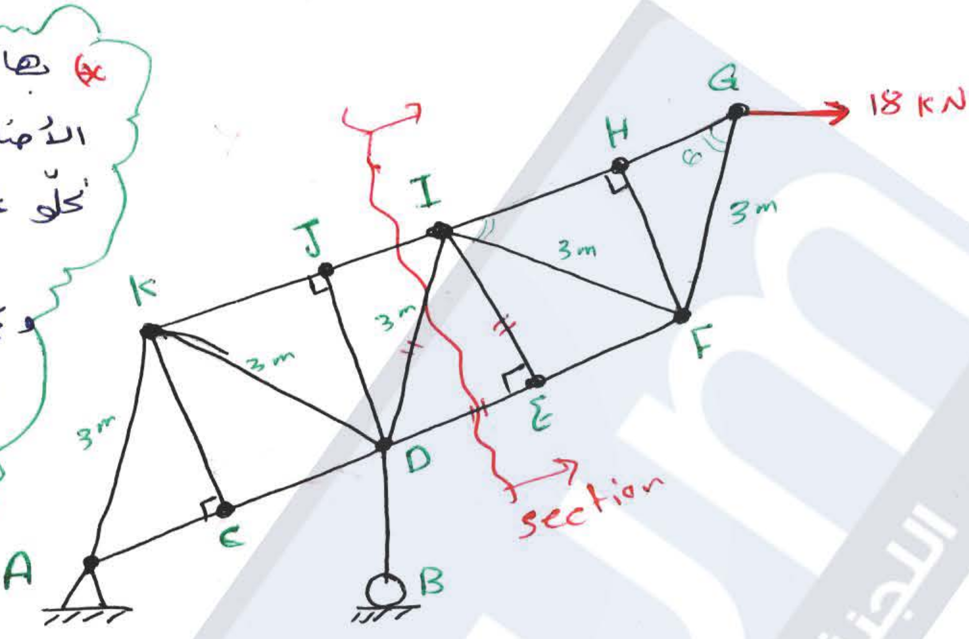


*) $\sum F_y = 0$

$\boxed{AE = -340.2\ kN}$ (C)

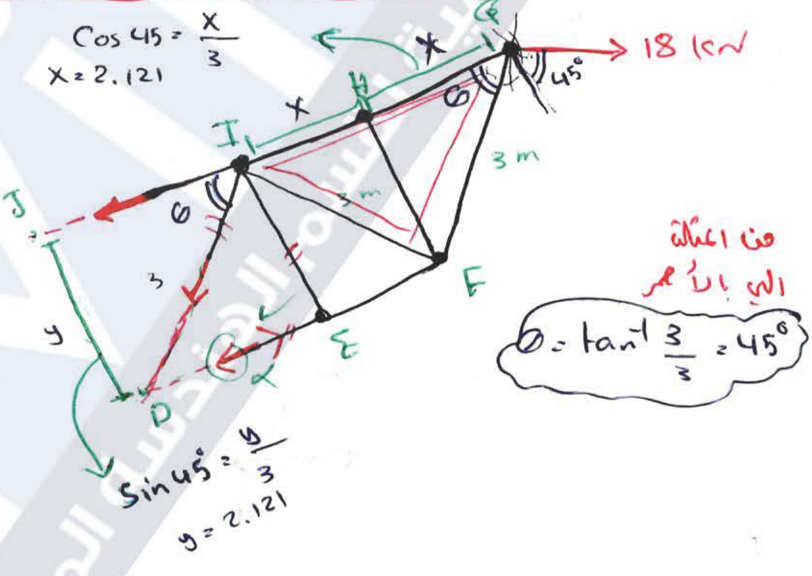
Example: Determine the force in the members "ED, IE and ID"

* هاد السؤال بجاز نو جردلي الأمثلة اللي بدو ياهم راح نحلو على ال method of section.
وكمان ما في داعي أطلع ال Reaction لأنو نقدر نأخذ ال section اللي ما فيه Reaction.



*) Zero force member:

$IE = 0 \quad \& \quad JD = KC = HF = 0$



من المثلث اللي بالأحمر

$\theta = \tan^{-1}\frac{3}{3} = 45^\circ$

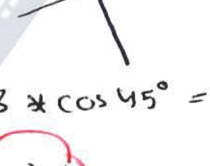
*) $\sum M_I = 0$

$(18 * \cos 45) * (2 * 2.121) + (ED * 2.121) = 0$

$ED = -25.5$ kN

C

*) $\sum F_y = 0 \Rightarrow$



لو أخذنا المحاور هيك

$-ID * \sin 45^\circ - 18 * \cos 45^\circ = 0$

$ID = -18$ kN

C

Chapter #7: Internal forces:

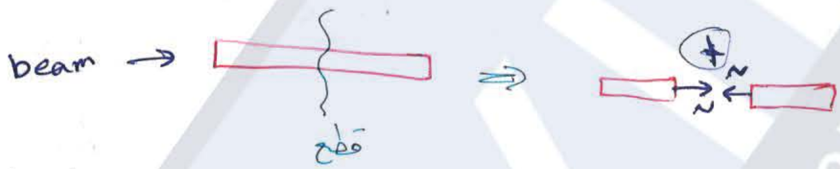
* هاد الـ Chapter قبل ما يُدرس لازم يكون الواحد بيعرف يطلّع قيمة الـ reaction 100%.
* وبرضو لازم نكون نعرف كيف بدنا نتعامل مع الـ Distributed load.

* بشكل عام في هاد الـ Chapter أكم شغلة مهمة:

→ **Sign convention:**

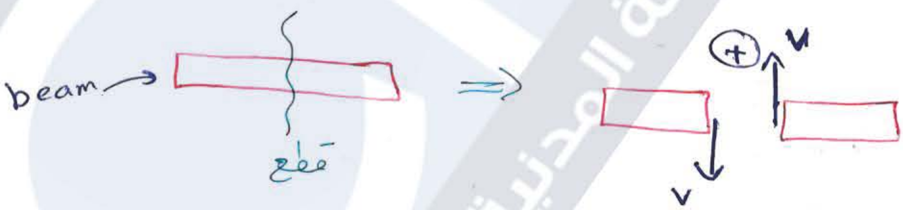
* هلأ إحنا لما نعمل قطع بأي نقطة على الـ beam راح ينتج مكان هاي النقطة "3" شغلات الي مهمة:
" moment و shear و Normal force "
إحنا بدنا نحفظ كيف لازم نحط هاي الـ 3 شغلات على الـ F.B.D.

1 Normal force:



* دائماً الـ Normal force بتكون عامودية على السطح وطالعة منه.

2 Shear: "V"

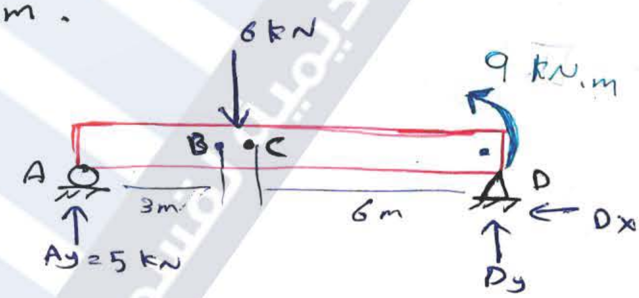


* دائماً لتسهيل الحفظ: الـ Shear لازم بس أرسمو يكون بدو يدور مع عقارب الساعة؛ يعني لو مش حافظو باجي عارسمة محل القطع وبحط الـ Shear لفوقه أو لتحت حسب الجهة بس بحيث إنو لما أعملو دوران يكون يدور مع عقارب الساعة.

3 Moment : "M"

* هلأ هون مشان أحفظو بسهولة؟
بتخيل إنو الـ Moment دائمًا بدو يرفع القطعة لفوقه يعني
لو أخدت الجهة اليمين وإتخيلتا إنا بدها تنزل لتحت بدون
الـ moment فراح يكون الـ moment مع عقارب الساعة
مشان يمنعها إنها تسقط.

Example: Determine the internal forces acting just to the (1) left point B, and (2) just to right point C, of 6 kN force on the beam.

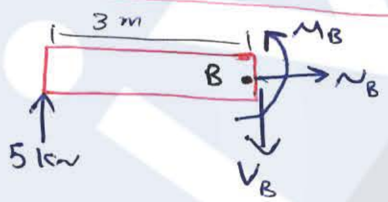


* أول خطوة بطلّع الـ reaction لـ

$\sum M_D = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 5\ kN}$

* هلأ بالسؤال هاد مش لازم أطلع باقي الـ reaction لأنهم ما راح يفيدوني.

(1)



*) $\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{N_B = 0}$

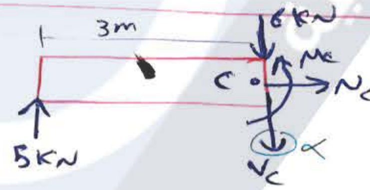
*) $\sum F_y = 0 \Rightarrow 5 - V = 0$

$\boxed{V_B = 5\ kN}$

*) $\sum M_B = 0$

$-(5*3) + M_B = 0 \Rightarrow \boxed{M_B = 15\ kN.m}$

(2)



*) $\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{N_c = 0}$

* $\sum F_y = 0 \Rightarrow 5 - 6 - v = 0$

$v = -1 \Rightarrow \boxed{V = 1\ kN}$

عكس الإتجاه

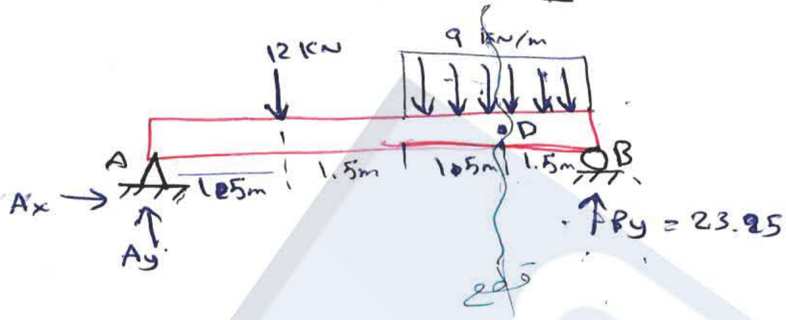
*) $\sum M_c = 0$

$-(5*3) + M_c = 0 \Rightarrow \boxed{M_c = 15\ N.m}$

Example: Determine the internal forces at point C:

* أول خطوة بوجد ال reaction:

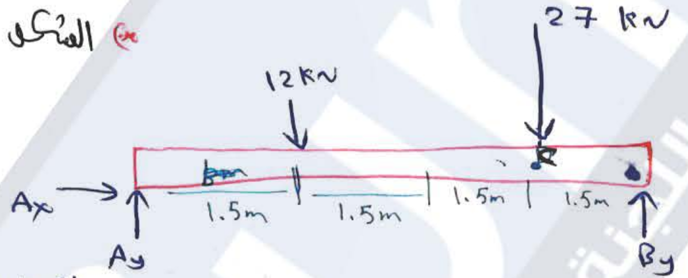
بس قبل هيك لازم أحول ال Distributed load.



⇒ Distributed loads:

$F = Area = 9 * 3 = \boxed{27\ kN}$

* الشكل مستطيل ∴ مكان التأثير في منتصف المسافة.



$\sum M_A = 0$

$(12 * 1.5) + (27 * 4.5) - (B_y * 6) = 0$

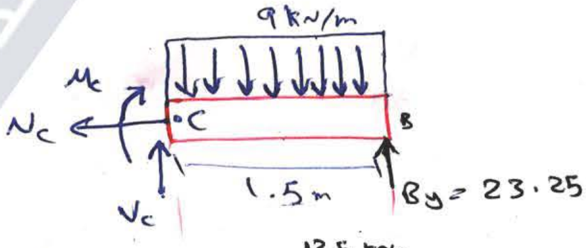
$6 B_y = 139.5$

$\boxed{B_y = 23.25\ kN}$

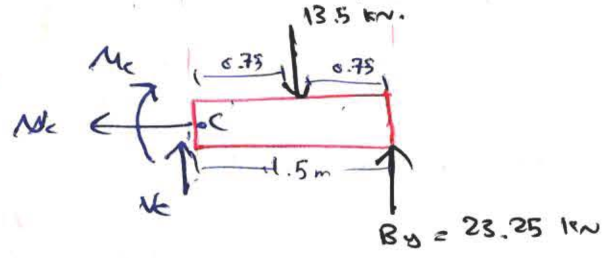
* ملاحظة: هلأ هو طلب ال internal force عند النقطة C بس ما حددلي من أي جهة بدو إياها مشان هيك باخذ أنا الجهة الأسهل؟

(الجهة الأسهل): هي الجهة اللي فيها أقل عدد من ال forces، يعني بالسؤال هاد باخذ "الجهة اليمنى للنقطة C"

* هلأ بعد ما طلعت ال reaction برجع للرسمة الأصلية وبعمل قطع:



⇐ برجع بحول ال Distributed load.



* $\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{N_c = 0}$

* $\sum F_y = 0 \Rightarrow -13.5 + 23.25 + V_c = 0$

$V_c = -9.75\ kN$

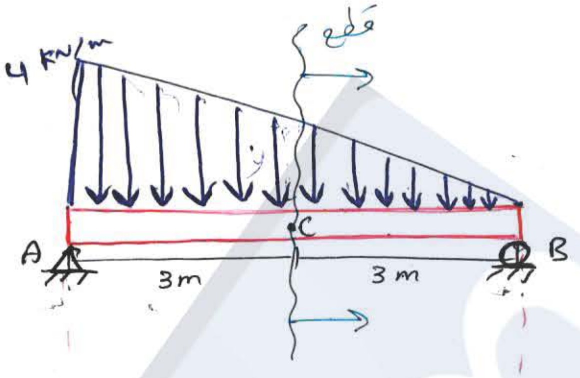
عكس الإتجاه

$\boxed{V_c = 9.75\ kN \downarrow}$

* $\sum M_c = 0 \Rightarrow (13.2 * 0.75) - (23.25 * 1.5) + M_c = 0$

$\boxed{M_c = 24.75\ kN.m}$

Examples: Determine the internal forces at point C :

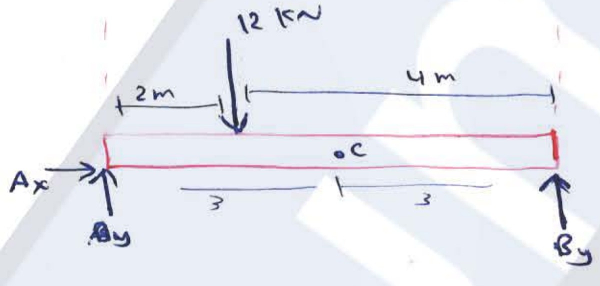


* برضو هون بدي أحوّل ال Distributed Load
وأوجد ال reaction بعدها بعمل قطع
عند النقطة "C" وباخذ الجهة
الأسهل وبكمل الحل :-

التحويل

$F_D = \frac{1}{2} * 4 * 6 = 12\,kN$

$* \ \frac{1}{3} * 6 = \boxed{2m}$ من الزاوية القائمة.



$* \ \sum M_A = 0 \Rightarrow (12 * 2) - B_y * 6 = 0$

$6 B_y = 24 \Rightarrow \boxed{B_y = 4\ kN}$

$*) \ \sum F_y = 0 \Rightarrow -12 + 4 + A_y = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 8\,kN}$

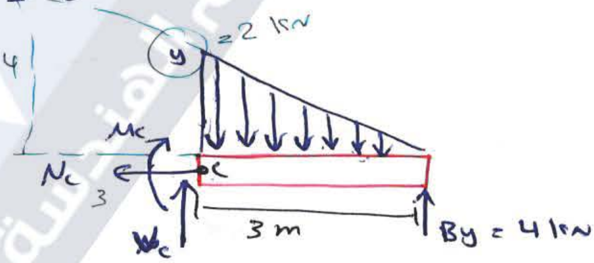
$*) \ \sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$

* بعد هيك برجع للرسمة الأصلية وبعمل القطع وباخذ الجهة الأسهل؟
الجهة الأسهل للمثال :- هي الجهة اليمين للسؤال هاد لانو الجهة
شمال لو أخدتها راح يكون عندي مثلث ومستطيل وهيك بيصعب اكل.

* هلأ هون بدي أطلع قيمة "y" على تشابه
المثلثات :-

$\frac{y}{4} = \frac{3}{6}$

$6y = 12 \Rightarrow \boxed{y = \frac{12}{6} = 2}$

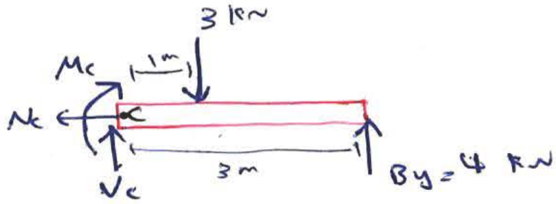


* هلأ برجع بحول ال Distributed load.

التحويل

$F_D = \frac{1}{2} * 3 * 2 = 3\,kN$

$* \ \frac{1}{3} * 3 = 1\,m$



$*) \ \sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{N_c = 0}$

$*) \ \sum F_y = 0 \Rightarrow -3 + 4 + V_c = 0$

$\boxed{V_c = -1\,kN = 1\,kN \downarrow}$ عكسها

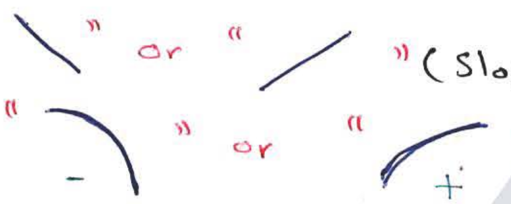
$*) \ \sum M_c = 0 \Rightarrow (3 * 1) - (4 * 3) + M_c = 0 \Rightarrow \boxed{M_c = 9\ kN.m}$

Section : 7.2 : Draw the Shear and moment diagrams :

* قبل ما إنبلش بالرسم في أكم نقطة لازم نعرفها :

1. تكامل الخط المستقيم " ——— " يعطي خط مائل (slope) :

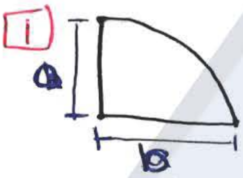
2. تكامل الخط المائل (Slope) يعطي second degree curve



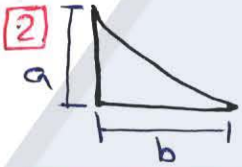
3. تكامل الـ second degree load ⟸ يعطي 3rd degree curve.

4

* مساحة هدول الشكلين :

1. 

⟹ Area = $\frac{2}{3}ab$

2. 

⟹ Area = $\frac{1}{3}ab$

* لازم نعرف إنو
* الـ moment هو تكامل الـ shear ; يعني لازم إنو قيمة الـ moment تساوي مساحة الـ Shear

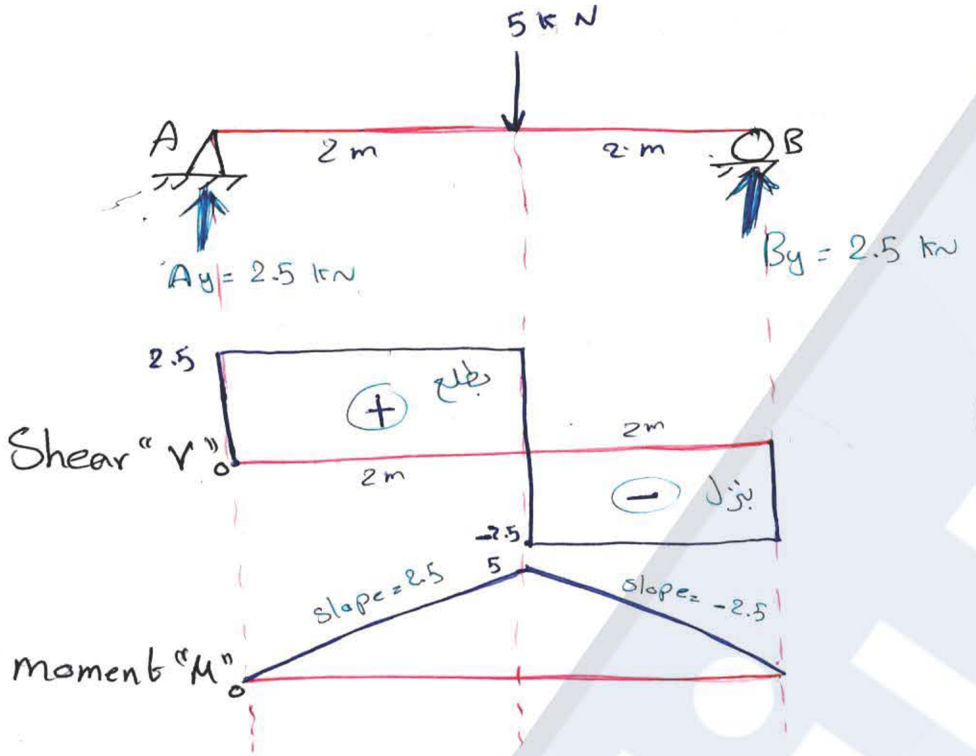
* الخطوات الثابتة "الرئيسية" ~~[illegible]~~ لرسم الـ moment والـ shear لأي beam :

1. إذا كان عندي Distributed load. حولو مباشرة .
2. بوجد قيمة الـ reaction
3. برسم رسمة الـ Shear و الـ moment تحت رسمة الـ beam الأصلية .

من الأفضل أنه هدول الخطوتين يكونو على جنب الصفحة .

* الرسمات اللي راح نرسمهم كلهم تحت الـ equilibrium يعني لازم بنبلش من الصفر وبننتهي بالصفر .

Example : Draw the shear and moment diagram :



* أول شي بو جد قيمة الـ reaction :-

* $\sum M_A = 0$

$(5*2) - (B_y * 4) = 0$

$4B_y = 10$

$\boxed{B_y = 2.5\ kN}$

* $\sum F_y = 0$

$\boxed{A_y = 2.5\ kN}$

* هلأ بس آجي أرسم بلش من الشمال ودايماً ببلش برسمة الـ Shear ؛

طبعاً كل Force راح تحرك الرسمة باتجاها يعني أول Force لفوق وقيمتها 2.5 فأنا راح أطلع بالرسمة (2.5) لفوق وهيك

* هلأ دايماً قبل ما أرسم رسمة الـ moment بسأل حالي 3 أسئلة :-

1 الخط بدو يطلع ولا ينزل ؟ الجواب من رسمة الـ Shear

وإذا كانت فوق الخط ← بطلع

وإذا كانت تحت الخط ← بنزل

2 كيف نوع الخط اللي بدي أرسمو ؟ -

الجواب ~~...~~ أعلى من الخط تاع الـ Shear بدرجة.

يعني لو كان الـ Shear خط مستقيم أنا برسم الـ moment ← second degree curve.

linear

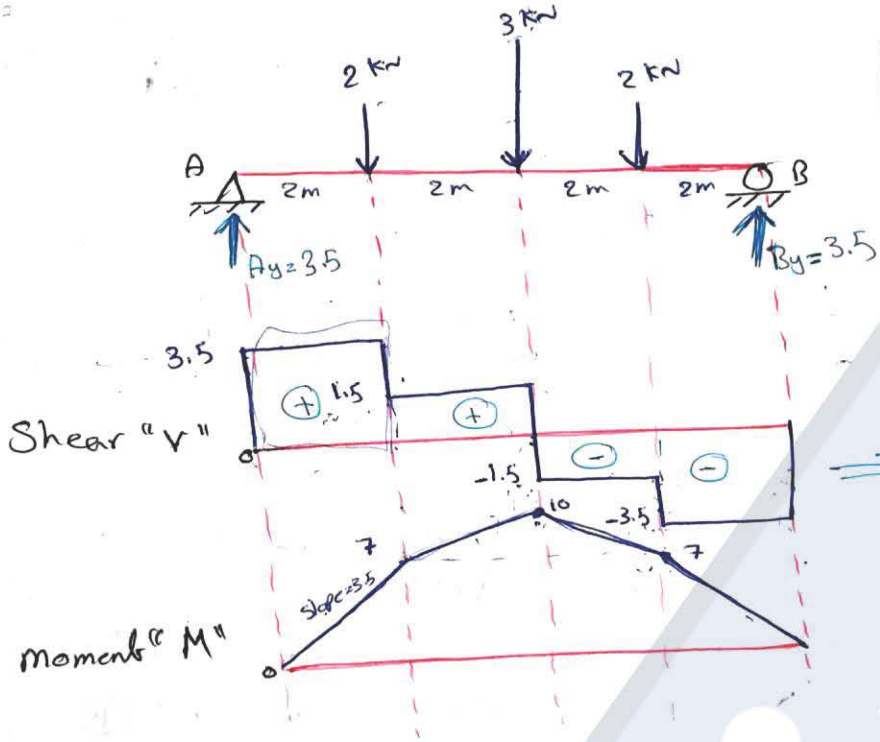
3 ميل الخط (متزايد أو ~~...~~ متناقص) ؟؟

وهاي من الرسمة.

* ملاحظة : المسافة تاعت الـ moment اللي راح أطلعها أو أنزلها هي مساحة المنطقة تاعت الـ Shear .

مراجع

Example : Draw the Shear and moment diagram :



(*) أول شي يحسب الـ reaction على الطريقة العادية . . . .

الناتج :

$B_y = 3.5 \text{ kN}$

$A_y = 3.5 \text{ kN}$

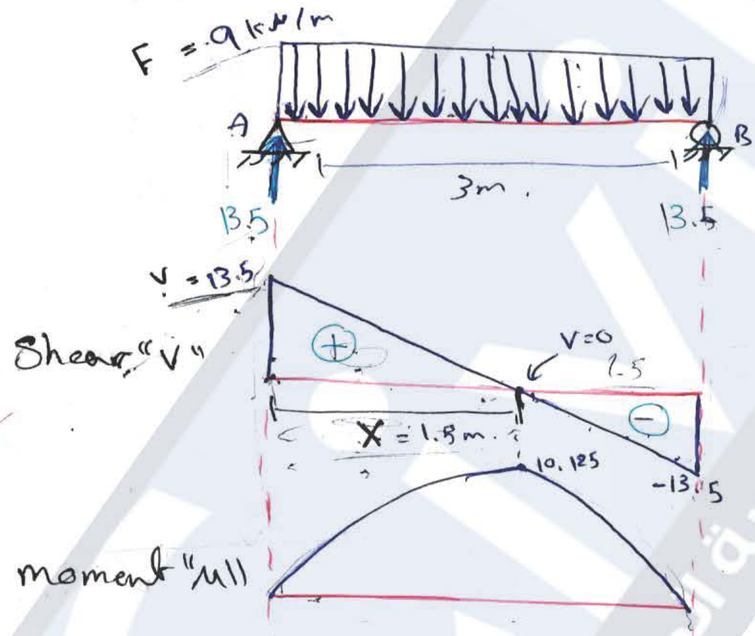
$A_x = 0$

(+) بطلع لفوقه

(-) بنزل لتحت

بطلع وبنزل بمقدار المساحة تحت الـ shear

Example : Draw the Shear and moment Diagram :



(*) أول خطوة بحول الـ Distributed load.

(*) ثاني خطوة بوجد الـ reaction

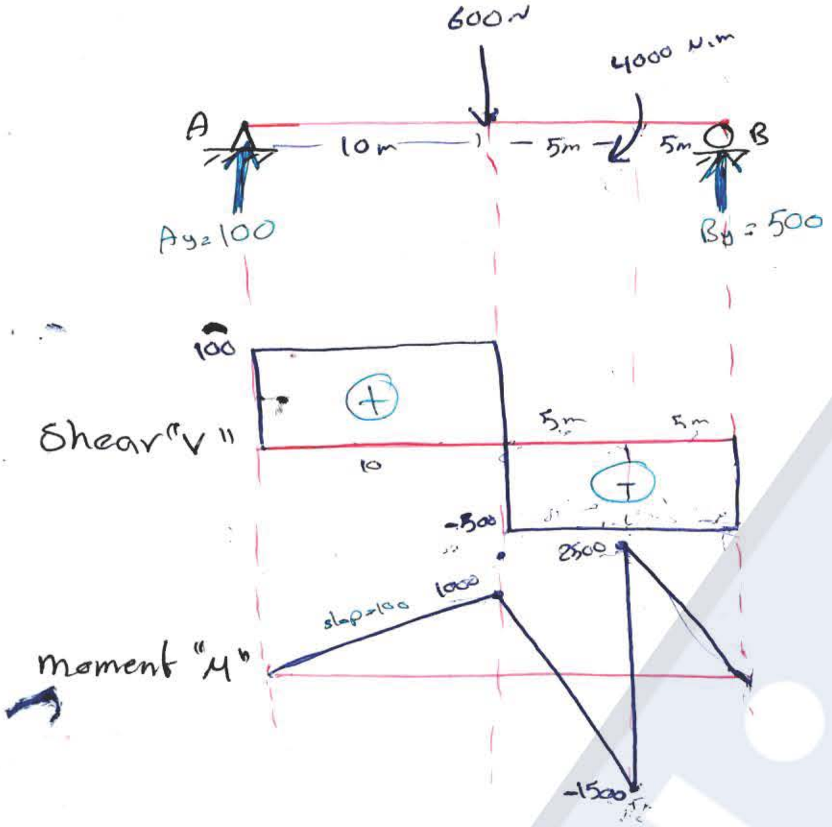
$\sum M_B = 0 \Rightarrow A_y = 13.5 \text{ kN}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = 13.5 \text{ kN}$

(*) هلا هون لازم أوجد قيمة (X)

$$X = \frac{V}{F} = \frac{13.5}{9} = \boxed{1.5 \text{ m}}$$

Example: Draw the shear and moment diagram:



* أول شي بوجد الـ reaction زي ما تعلمنا قبل :

* $\sum M_B = 0 \Rightarrow A_y = 100 \text{ N}$

* $\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = 500 \text{ N}$

* ملاحظة :- في السؤال هاد معطيني moment على الـ beam ، أنا لازم أعرف شغلتين :-

① الـ moment ما بأثر على رسمة الـ shear

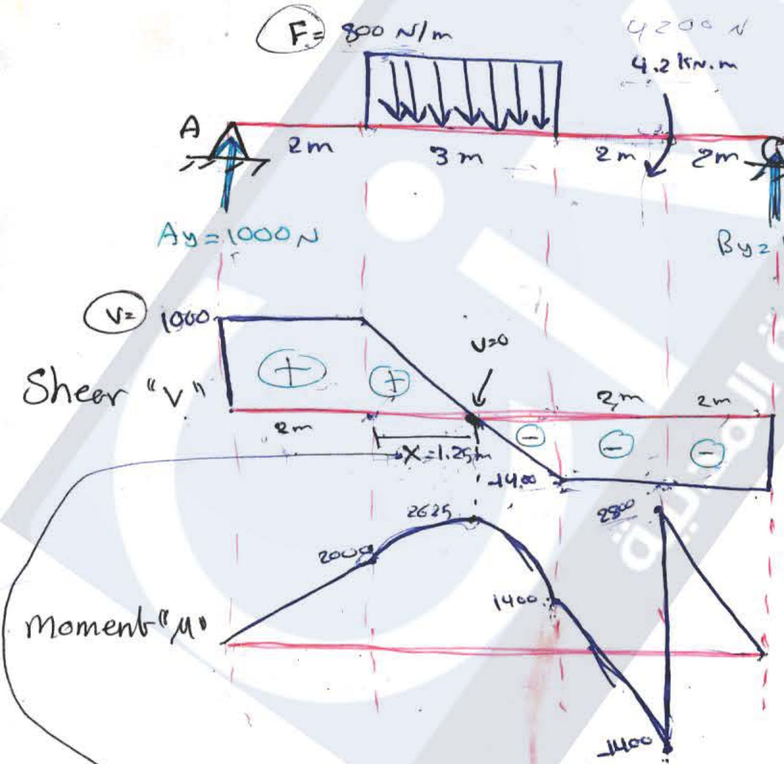
② لما الـ moment يكون مع عقارب الساعة بطلع بالرسمة لفوق .

↑ ⇐ ↻

وكما يكون عكس عقارب الساعة بنزل لتحت .

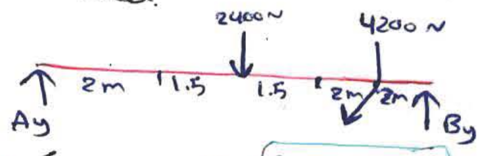
↓ ⇐ ↺

Example: Draw the Shear and moment diagram:-



$$X = \frac{V}{F} = \frac{1000}{800} = \boxed{1.25 \text{ m}}$$

* طبعاً زي الأمثلة اللي قبل بدي أوجد الـ reaction بس قبل هيك لازم أحول الـ Distributed load.



* $\sum M_A = 0 \Rightarrow \boxed{B_y = 1400 \text{ N}}$

* $\sum F_y = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 1000 \text{ N}}$

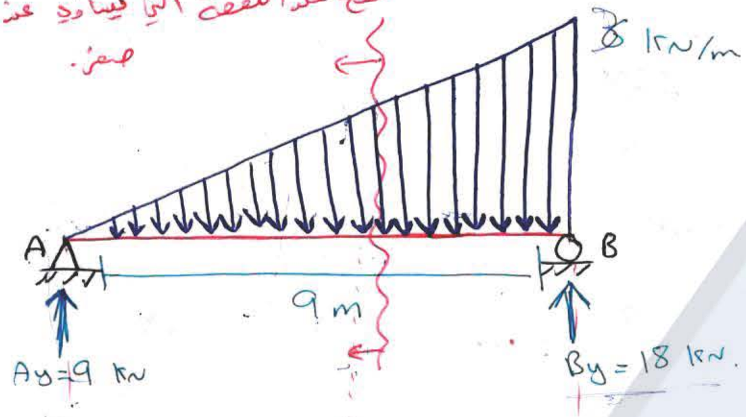
* لازم أعرف إنو لما تكون

$V = 0$ (min.)

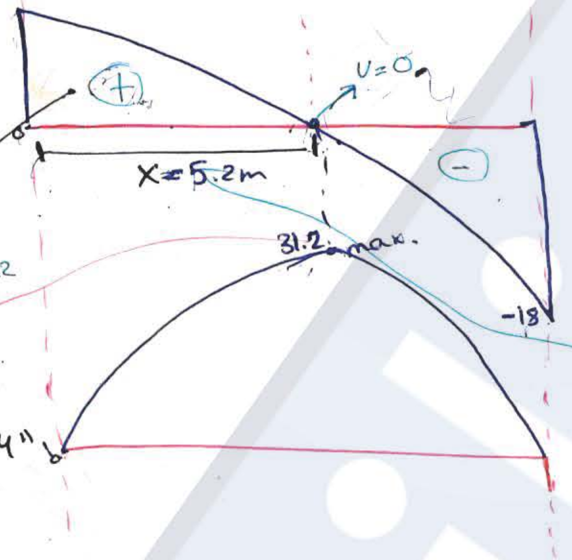
⇐ راح تكون $M = (\text{max})$

Example: Draw the shear and moment diagrams:-

قطع عند النقطة التي بيساوي عندها الـ Shear صفر.



Shear "V"



Area = $\frac{2}{3}$ a b

= $\frac{2}{3} * 9 * 5.2$

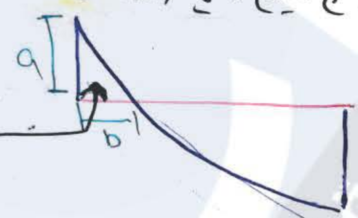
$\boxed{= 31.2}$

Moment "M"

*) ملاحظة :- لو كانت المثلثة بالسؤال محطوط

هيك

راح يطلع معي رسمة الـ shear هيك



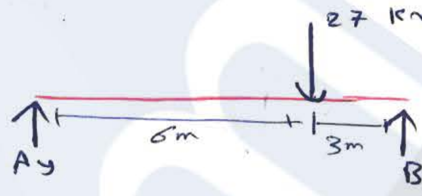
*) ومشان أوجد مساحة هاي المنطقة

راح أستخدم القانون: Area = $\frac{1}{3}$ a b

*) نفس اللي قبلو :-

لازم أحول الـ Distributed load.

وبعدها أوجد الـ reaction :-



*) $\sum M_A = 0 \Rightarrow \boxed{B_y = 18}$

*) $\sum F_y = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 9}$

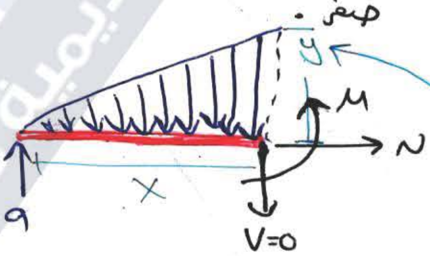
* بهاي الحالة المسافة (X)

لا نستطيع إيجادها إلا إذا

عملنا قطع عند النقطة

التي بيساوي عندها الـ Shear

صفر.



على تشابه المثلثات بوجد قيمة y

$\frac{y}{6} = \frac{x}{9} \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3} x}$

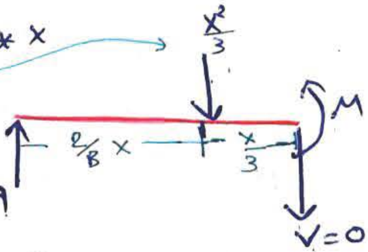
*) هلأ بدي أحول الشكل هاد زي

ما هو من Distributed load لقوة عادية

وأعطيه بدلالة المجاهيل (X).

$F_D = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} x * x$

$\boxed{F_D = \frac{x^2}{3}}$

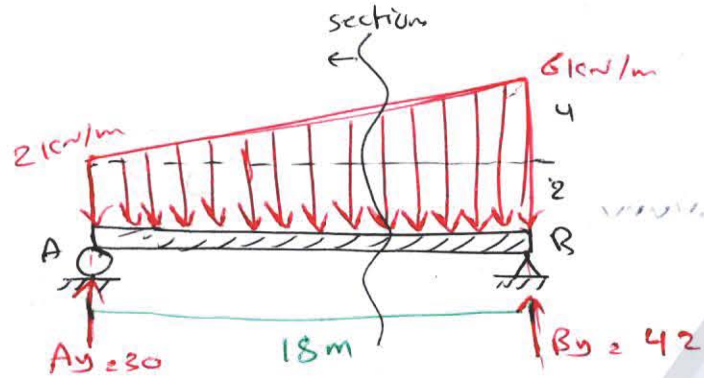


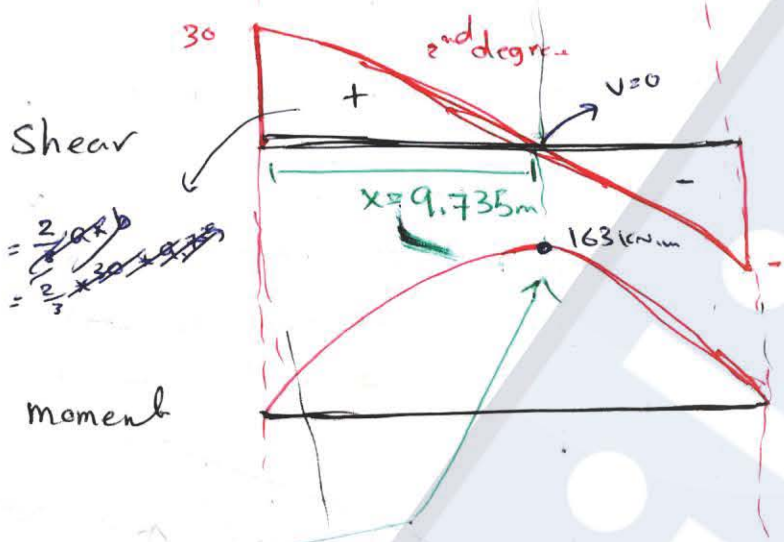
*) $\sum F_y = 0$

$9 - \frac{x^2}{3} + \cancel{V} = 0$

$9 - \frac{x^2}{3} = 0 \Rightarrow \boxed{x = 5.2 \text{ m}}$

Example: Draw the Shear and moment diagram:

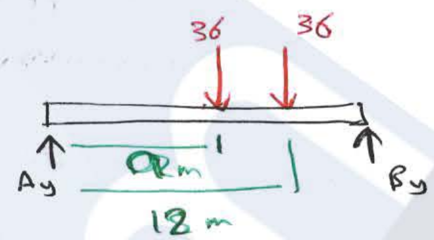




$= \frac{2}{3} a \times b$

$= \frac{2}{3} * \cancel{30 * 9.735}$

* Reaction:



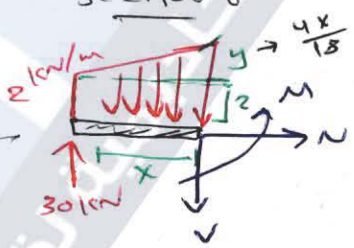
* $\sum M_A = 0$

$\boxed{By = 42 \text{ kN}}$

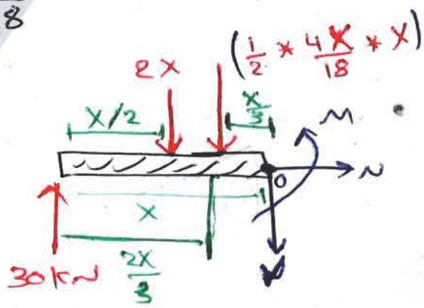
* $\sum F_y = 0$

$\boxed{Ay = 30 \text{ kN}}$

section:



$y = \frac{4X}{18}$ تشابه مثلثات :



بعد ما اطلع قيمة "X" بجي نطلع قيمة الـ max. moment بس هون ما بزبط استخدم القانون $(\frac{2}{3}ab)$ لأنو مش كلو مثلث في مستطيل ومثلث !

$\sum M_o = 0$

$(-30 * X) + (2X * \frac{X}{2}) + (\frac{X^2}{9} * \frac{X}{3})$

$+ M = 0$

$M = 30X - X^2 - \frac{X^3}{27}$

at $X = 9.735$

$M = 163 \text{ kN.m}$

$\sum F_y = 0.$

$30 - 2X - \frac{X^2}{9} - V = 0$

zero ← $V = 30 - 2X - \frac{X^2}{9}$

$30 - 2x - \frac{x^2}{9} = 0$

$\boxed{X = 9.735 \text{ m}}$

⇒ Chapter 9: Center of gravity and "Centroid":-

* هلّأ في هاد الشابتر في موضوعين أساسيين:
1. إيجاد الـ Centroid للأشكال ~~الغير~~ غير المنتظمة عن طريق "التكامل".
2. إيجاد الـ Centroid للأشكال المنتظمة.

دائرة .   مثلث   مستطيل

Note :- $(\bar{x}, \bar{y})$: هي إحداثيات الـ Centroid

* أول جزء وهو إيجاد الـ Centroid عن طريق التكامل وهاد الجزء بنا نوخذ خطوات الحل :-

⇐ خطوات الحل لإيجاد الـ Centroid عن طريق التكامل :-

1. لازم نحسب الـ Area للجزء اللي بدي أحسب الـ Centroid إله. وبما إنو الشكل غير منتظم لذلك بدي أحسب الـ Area عن طريق التكامل "بآخذ strip أفقي أو عامودي".

2. بعد ما أحسب الـ Area بآجي بدي أحسب الـ Centroid واللي هو نقطة داخل الشكل اللي عندي إحداثياتها $(\bar{x}, \bar{y})$ وهنا بـ أوجد هدول النقطتين ولتسهيل الحل فقط :-

* إذا بدي أوجد الـ $\bar{x}$ بآخذ "vertical strip"
* إذا بدي أوجد الـ $\bar{y}$ بآخذ "Horizontal strip."

⇒ حفظا لتسهيل الحل فقط.

⇐ بعد هيك نطبّق على القوانين هاي :-

$\bar{x}\, A = \int x\, dA$ ، $\bar{y}\, A = \int y\, dA$

$\bar{x}$: إحداثي الـ Centroid على الـ x-axis

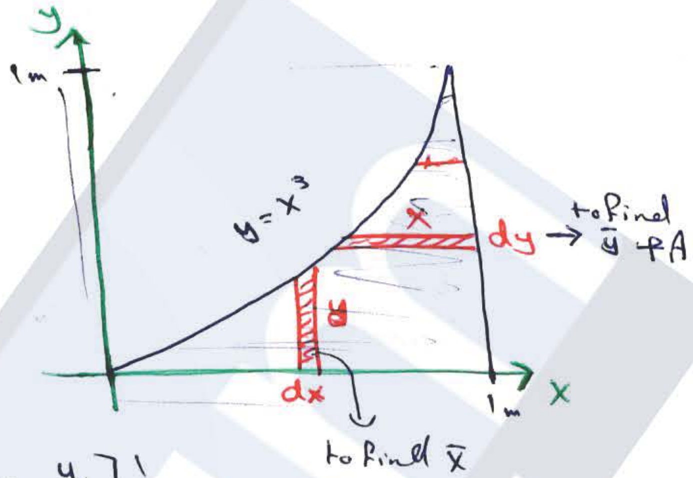
A: Area من الخطوة الأولى

x: متغير

dA: مساحة الـ strip اللي ماخذينا

$\Rightarrow dA = x\, dy$ or $= y\, dx$

Example: Determine the centroid $(\bar{x}, \bar{y})$ of the shaded Area?



1 find the area:

بدي أحسب المساحة عن طريق التكامل.

وبآخذ أفقي أو عامودي:

$$A = \int dA$$

$$A = \int_0^1 x\,dy = \int_0^1 y^{\frac{1}{3}}\,dy = \frac{3}{4} y^{\frac{4}{3}}\Big]_0^1$$

$$A = \frac{3}{4}\ m^2$$

2 fint the centroid:

*) to find $\bar{y}$ we take Horizontal strip:

$$\bar{y} A = \int y\,dA \qquad dA = x\,dy \qquad \& \ y = x^3$$

$$x = y^{\frac{1}{3}}$$

بدلالة y

$$\bar{y}\ \frac{3}{4} = \int_0^1 y\,(x)\,dy$$

$$\bar{y} * \frac{3}{4} = \int_0^1 y * y^{\frac{1}{3}}\,dy \Rightarrow \bar{y} = \frac{12}{21} = 0.57\ m$$

*) to find $\bar{x}$ we take vertical strip:

$$\bar{x} A = \int x\,dA \qquad dA = y\,dx \qquad \& \ y = x^3$$

$$\bar{x} * \frac{3}{4} = \int_0^1 x * y\,dx$$

$$\bar{x} * \frac{3}{4} = \int_0^1 x * x^3\,dx \Rightarrow \bar{x} = \frac{4}{15}\ m$$

$$\text{Centroid} = \left(\frac{4}{15}, \frac{12}{21}\right)$$

2 ثاني موضوع وهو الأهم : إيجاد ال Centroid للأشكال المنتظمة :

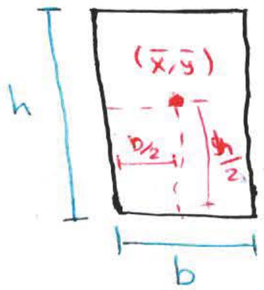
Section 9.2 : Composite Bodies :

* عشان نعرف نوجد ال centroid للأشكال المنتظمة لازم بالأول أكون عارف ال Centroid لبعض الأشكال مثل المستطيل والمثلث والدائرة وربع الدائرة ونكون حافظينهم :-

⇒ Centroid for the rectangle :

مثلاً لو كان عنا مستطيل بالشكل هاد :-

$(\bar{x}, \bar{y})$: إحداثيات ال Centroid.

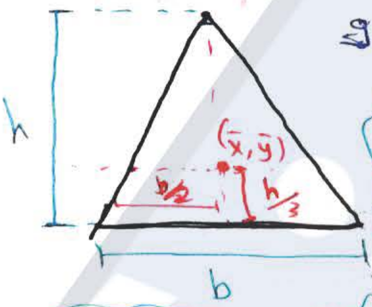


(*) راح يكون ال centroid :-

$$\bar{x} = \frac{b}{2}, \quad \bar{y} = \frac{h}{2} \Rightarrow (\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{b}{2}, \frac{h}{2}\right)$$

⇒ Centroid of the triangle :

ولو كان عندي مثلث بالشكل هاد :-



* راح يكون ال centroid :

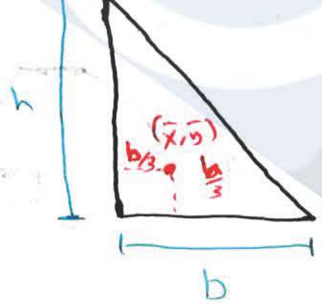
* $\bar{x} = \frac{b}{2}$
* $\bar{y} = \frac{h}{3}$ مقاسة من القاعدة للأعلى

$$(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{b}{2}, \frac{h}{3}\right)$$

أو $\frac{2h}{3}$ مقاسة من الرأس باتجاه القاعدة.

⇒ Centroid of the right triangle :

* لو كان المثلث قائم :- راح يكون ال centroid

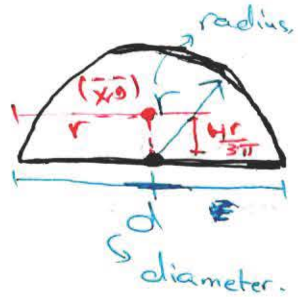


* $\bar{x} = \frac{b}{3}$
* $\bar{y} = \frac{h}{3}$

$$\Rightarrow (\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{b}{3}, \frac{h}{3}\right)$$

⇒ Centroid for the sime-circle:

لو كان عندي نصف دائرة بالشكل هاد:-

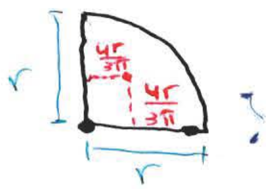


راح يكون ال centroid:-

* $\bar{x} = \frac{d}{2} = r$
* $\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$

$\Rightarrow (\bar{x},\bar{y}) = \left(r, \frac{4r}{3\pi}\right)$

⇒ في حالة ربع الدائرة يكون ال Centroid بالشكل التالي:-



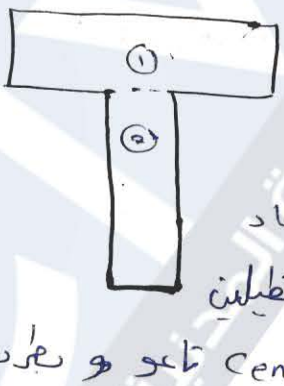
* $\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$
* $\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$

$\rightarrow (\bar{x},\bar{y}) = \left(\frac{4r}{3\pi}, \frac{4r}{3\pi}\right)$

(*) هلأ جدول حفظ مشان أعرف أحل الجزء الثاني من ال Chapter:-

* كيف بيجي السؤال:- يكون معطيني أكثر من شكل من جدول اللي أخذناهم فوق جوا بعض، ويطلب مني أوجد ال Centroid للشكل كامل:-

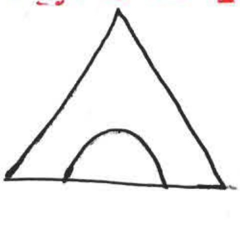
مثلاً بعطيني شكل هيك. وبيطلب مني إيجاد ال Centroid للشكل كامل.



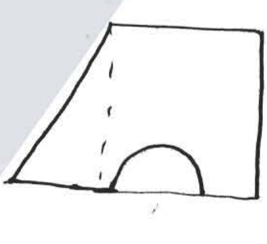
⇐ وهون لازم أحكي إنو هاد الشكل بقدر أقسمو لمستطيلين والمستطيل أنا بعرف ال Centroid تاعو وبطريقة كمان شوي بنتعلمها بنطلع ال Centroid للشكل كامل.

نفس الشي لما يعطيني أشكال مثل هيك:

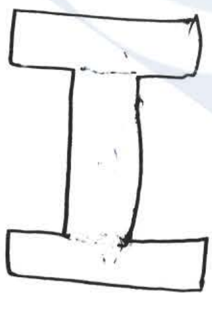
أو



أو



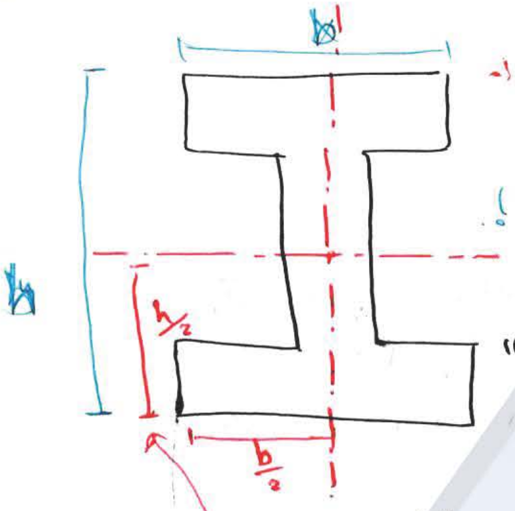
أو



⇐ هلّأ قبل ما أتعلم الطريقة إلّي راح أوجد فيها الـ Centroid لما يكون عندي أكثر من شكل جوات بعضو في أكم ملاحظة بتساعدو بالحل و بريحو بنفس الوقت لازم نعرفهم :

1 Symmetric: التماثل :-

مثلاً لو أعطاني شكل يكون متماثل على محور الـ x أو الـ y زي هيك.



* أول خطوة وقبل ما أحل أي إشي،
باجي بفحص الشكل اللي عندي إذا
إنو متماثل على الـ x أو الـ y وكيف !!.

* مشان أفحص على الـ x باجي باخذ
الإرتفاع اللي هو "h" و بقسمو على "2"

$\boxed{\frac{h}{2}}$

وبعدها بحط محور على الشكل بإرتفاع ($\frac{h}{2}$) زي هيك.
و بتطلّع على الشكل إذا كان إلّي فوق المحور متماثل مع اللي تحت المحور، فبكون الشكل متماثل على الـ "x"

* ومن هون بحكي بما إنو متماثل على الـ x ⇐ هاي معناها إنو الـ $\boxed{\bar{y} = \frac{h}{2}}$

* ومشان أفحص إذا إنو متماثل على الـ y باخذ العرض وبقسمو على "2"
وبحط محور على بعد ($\frac{b}{2}$) زي ما هو بالرسمة ،
وكمان نفس الشي بتطلّع على يمين المحور وعلى شمالو إذا كانو ~~متماثلين~~ متماثلين فبحكي إنو الشكل اللي عندي متماثل على الـ (y) .

* ومن هون بحكي إنو متماثل على الـ y ⇐ هاي معناها إنو الـ $\boxed{\bar{x} = \frac{b}{2}}$

⇐ يعني بالنهاية هاد الشكل اللي عنا متماثل على الـ x وعلى الـ y يعني الـ Centroid إلو هو :-

$$(\bar{x}, \bar{y}) \Rightarrow \left(\frac{b}{2}, \frac{h}{2}\right)$$

2 ثاني ملاحظة هو إنو في بعض الأسئلة ببكون معطيني أكثر من شكل جوا بعض مثلاً بكون معطيني مستطيل وجوانو دائرة و بيحكيلي إنو هاي الدائرة مش داخلة فأنا بدي أعرف من هون إنو لازم أعوض مساحتها بالسالب.

مثال :-

مثلاً أعطاني هاي الرسمة وطلب مني أوجد الـ centroid للجزء المظلل هون

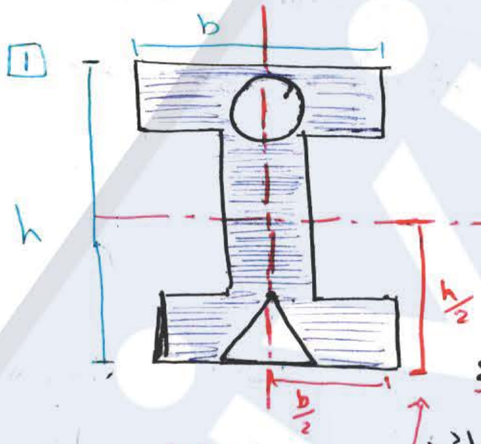
بدي أحكي إنو في عندي

① مثلث مش داخل
② مستطيل صغير مش داخل
③ نصف دائرة مش داخلة

← (مش داخل) ⇐ بدي نعوضها سالبة.

⇐ أمثلة عامة على التماثل .. و الحالة لما يكون عندي جزء مثلث داخل :-

1



find the centroid :-

زي ما قلنا قبل ما أبلش أحل بأجي نفحص التماثل لإنو بسهل الحل :-

① بفحص التماثل على الـ (x) :-

باخذ الإرتفاع اللي هو h وبقسمو على 2

وبعمل axis على إرتفاع $\frac{h}{2}$ زي هيك

(*) اللي فوق المحور مش متماثل مع اللي تحت المحور ⇐ إذن ⇐ الشكل مش متماثل على الـ x :-

هون لازم مشان أوجد $\bar{y}$ أروح لطريقة الحل اللي لسا ما تعلمناها.

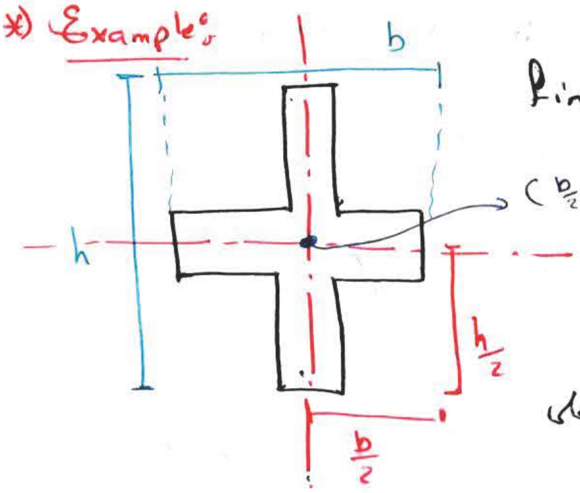
② بفحص التماثل على الـ (y) :-

باخذ العرض اللي هو (b) وبقسمو على (2) وبعمل محور على بعد $\frac{b}{2}$ زي ما هو بالرسمة

(*) اللي على يمين الشكل متماثل مع اللي على يسار الشكل ⇐ إذن ⇐ الشكل متماثل على الـ (y) ⇐ ومنو ← $\boxed{\bar{x} = \frac{b}{2}}$

(*) أخر إشي ضل بدي أوجد $\bar{y}$ ولإنو مش متماثل فبدي أروح على طريقة الحل وهون بدي أنتبه إنو الدائرة والمثلث مش داخلات بدي نعوضهم (سالبا)

*) Example:



Find the centroid. ؟

⊛ أول إشي التماثل !

① على الـ (x)

بعمل محور ⇐ $\frac{h}{2}$ ⇐

⇐ اللي فوق يساوي اللي تحت إذن متماثل على الـ x ومنه :

$$\boxed{\bar{y} = \frac{h}{2}}$$

② على الـ (y)

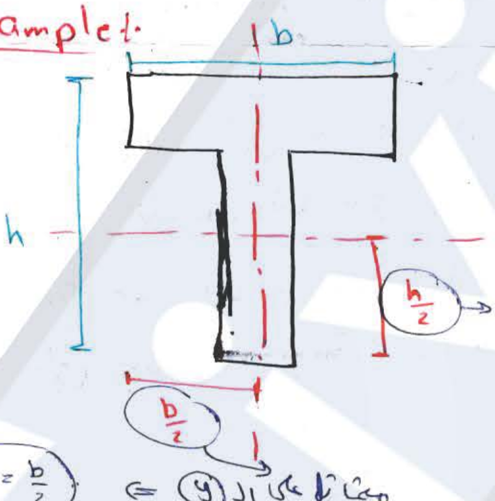
وبعمل محور ⇐ $\boxed{\frac{b}{2}}$ ⇐

⇐ اللي على الشمال يساوي اللي على اليمين إذن متماثل على الـ(y) ومنه :

$$\boxed{\bar{x} = \frac{b}{2}}$$

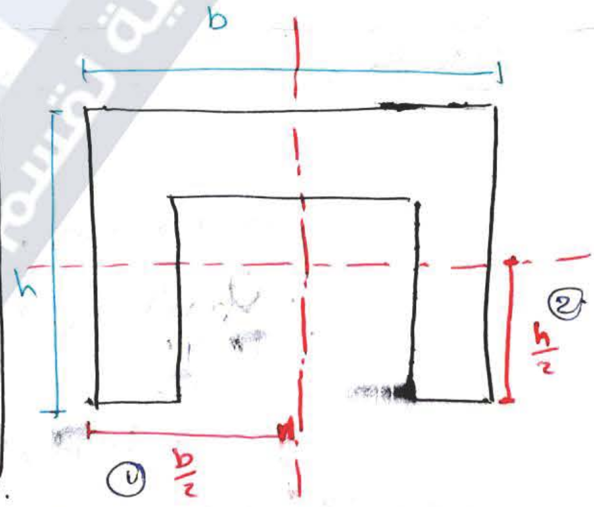
⇒ Centroid = $\left(\frac{b}{2}, \frac{h}{2}\right)$ ⇐

Example:



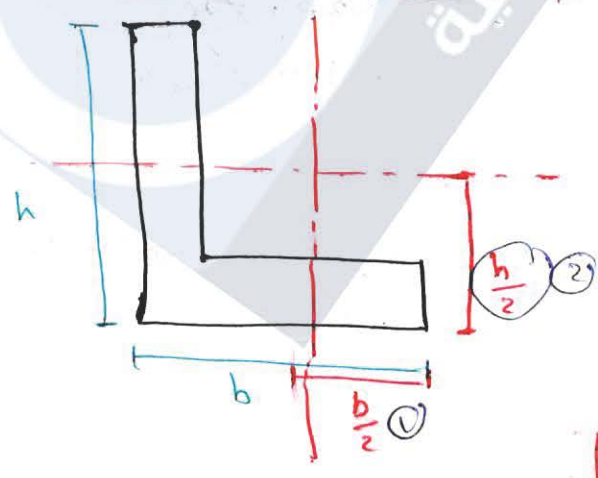
مش متماثل على الـ (x)

$\bar{x} = \frac{b}{2}$ ⇐ متماثل على الـ (y)



$\boxed{\bar{x} = \frac{b}{2}}$ ⇐ ① متماثل على الـ (y)

② مش متماثل على الـ (x)



① مش متماثل على الـ (y)

② مش متماثل على الـ (x)

* بعد ما فهمنا شو هو القانون وكيف بقدر أستفيد منو ضايل أهم جزء بالـ Chapter وهو أوجد الـ Centroid للشكل اللي بيحتوي مثلث ومستطيل والدائرة......

⇐ في عنا قانونين فقط :-

① $\bar{x}\sum A = \sum \bar{x} A$

② $\bar{y}\sum A = \sum \bar{y} A$

* طريقة حل الأسئلة اللي على هاد الموضوع :

① أول خطوة بعمل الجدول هاد.

Part	A	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x}A$	$\bar{y}A$
$\sum$					

② ثاني إشي بأجي للشكل اللي عندي إياه وبقسمو يعني باخذ المستطيل لحال مثلاً والمثلث لحالو والدائرة لحالها وإذا كان عندي أكثر من مستطيل أو أكثر من مثلث باخذ كل واحد لحالو.

③ اللي داخل جوا السؤال يعني مطلوب إني أوجد الـ Centroid إلو بحطله (+) واللي مش داخل (−).

④ بحسب الـ Area لكل جزء من الأجزاء وبعبيهم بالجدول.

⑤ بحسب $\bar{x}$ و $\bar{y}$ لكل شكل من الأشكال وبعبيه بالجدول.

$(\bar{x},\bar{y})$ ⇐ لكل شكل بقيسهم من الـ (0,0) أو من الـ x-axis والـ y-axis

⑥ بضرب $\bar{x}$ و $\bar{y}$ لكل جزء بالـ Area تاعتو.

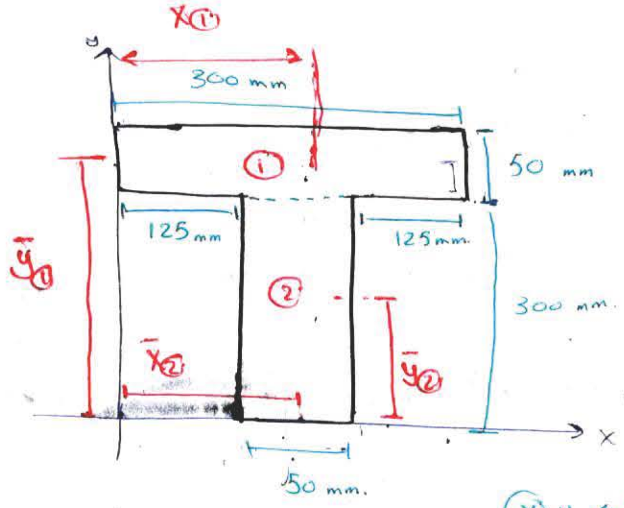
⑦ باخذ مجموع $\bar{x}$ و $\bar{y}$ ومجموع الـ Area مع مراعاة الإشارة.

⑧ بطبق القوانين اللي موجودات أول إشي وبوجد $\bar{x}$ و $\bar{y}$ للشكل كامل.

التوضيح في الأمثلة :-

* ملاحظة :- ($\bar{x}$ و $\bar{y}$) اللي بالجدول هم المسافة من الـ Centroid تاع الجزء اللي أخذناه للنقطة المرجعية اللي عندي.
وغالباً ما تكون النقطة المرجعية هي الـ x-axis والـ y-axis.

Example: locate the centroid $\bar{y}$ and $\bar{x}$ of the beam's cross-sectional Area.



① أول خطوة دائماً لتسهيل الحل !

" بفحص التماثل " !

① التماثل على الـ (x) !

باخذ الإرتفاع و بقسمو على ②

$\frac{350}{2} = \boxed{175\,mm}$ → بحط محور على ارتفاع 175.

← وهنو بلاحظ إنو الشكل مش متماثل على الـ (x)

وعشان اوجد الـ centroid على الـ (x) بروح ع طريقة الحل.

② التماثل على الـ (y) !

باخذ العرض وبقسمو على ② !

$\frac{300}{2} = \boxed{150\,mm}$ → بحط محور على مسافة 150 mm ← وهنو بلاحظ إنو الشكل متماثل على الـ (y) ⇐ إذن

$\bar{x} = \frac{300}{2}$

$\boxed{\bar{x} = 150\,mm}$

* بعدما افحص التماثل باجي بحل عادي ! ① بعمل الجدول.

المساحة لكل جزء. — المسافة في الـ $\bar{x}$ للجزء للـ (y) — المسافة من الـ (x) للجزء

Part	A	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x}A$	$\bar{y}A$
① ($\bar{x} = 150$, $\bar{y} = 25$, 50, 300)	50 * 300 = 15000	~~150~~ 150	300+25 = 325	2250000	4875000
② ($\bar{x} = 25$, $\bar{y} = 150$, 300, 50)	300 * 50 = 15000	25 + 125 = 150	150	2250000	2250000
$\sum$	30000			4500000	7125000

① $\bar{x} \sum A = \sum \bar{x} A$

$\bar{x}\, 30000 = 4500000$

$\boxed{\bar{x} = 150\,mm}$

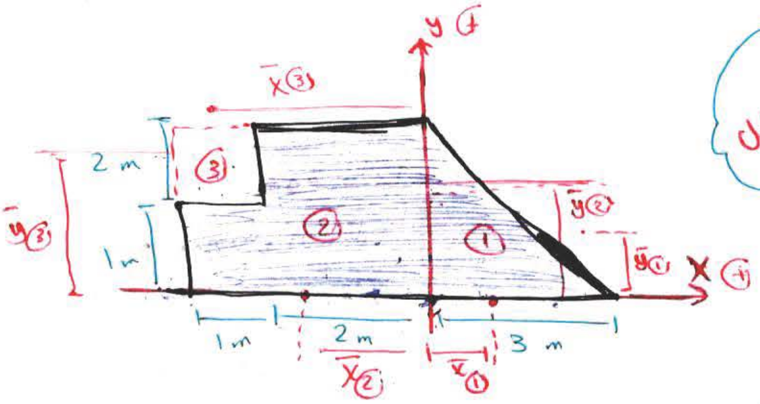
② $\bar{y} \sum A = \sum \bar{y} A$

$\bar{y}\, 30000 = 7125000$

$\boxed{\bar{y} = 237.5\,mm}$

إذا بلاحظ هون إنو $\bar{x}$ أنا طلعتها نفسها عن طريق التماثل فهاد بيعني إنو التماثل بس لتسهيل الحل.

Example: locate the centroid of the plate area.



* أول خطوة دايماً تعلمنا هي
إنو أفحص التماثل وبهاد الشكل
بلاقي إنو مش متماثل لا على
الـ x ولا على الـ y .

ومن هون عطول بروح على طريقة الحل.

① بحل جدول وبقسم الشكل اللي عندي لأجزاء أنا بعرف الـ Centroid إلها.
وما بنسى إنو الجزء اللي مش داخل بحط إنو سالب!

① هو المثلث

② هو ~~المستطيل~~ المربع الكبير

③ هو المستطيل الصغير اللي مش داخل بالمنطقة المظللة

المسافة من الـ Centroid تاع الجزء للـ (x)

المسافة من الـ Centroid تاع الجزء للـ (y)

Part	A	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x}A$	$\bar{y}A$
① $\bar{x}=\frac{b}{3}$, $\bar{y}=\frac{h}{3}$	$\frac{1}{2}*3*3 = \boxed{4.5}$	$\frac{3}{3} = \boxed{1}$	$\frac{3}{3} = \boxed{1}$	4.5	4.5
② $\bar{x}=\frac{b}{2}$, $\bar{y}=\frac{h}{2}$	$3*3 = \boxed{9}$	$-\frac{3}{2} = 1.5 = -1.5$	$\boxed{1.5}$	-13.5	13.5
③	$-(2*1) = \boxed{-2}$	$-(\frac{1}{2}+2) = -2.5$	$\boxed{2}$	5	-4
$\sum$	$\boxed{11.5}$			$\boxed{-4}$	$\boxed{14}$

السالب لإنو جاي بال x السالب

مش داخل ضمن المنطقة المطلوبة

السالب هنا مش بلا x السالب

* بجمع مع الإشارات.

① $\bar{x}\sum A = \sum \bar{x}A$

$\bar{x}(11.5) = -4$

$\boxed{\bar{x} = -0.348\,m}$

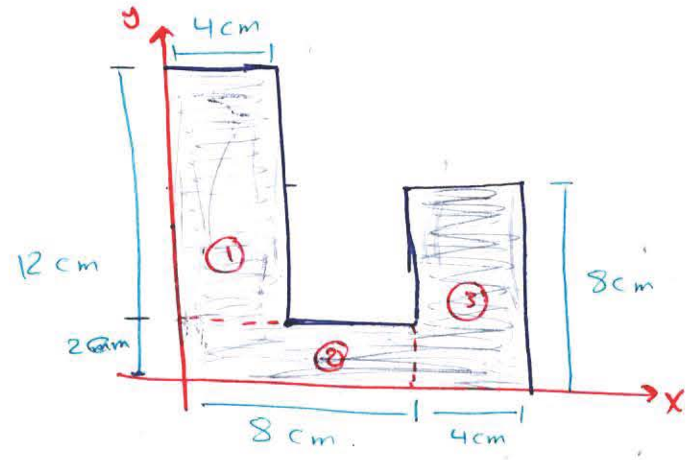
② $\bar{y}\sum A = \sum \bar{y}A$

$\bar{y}(11.5) = 14$

$\boxed{\bar{y} = 1.22\,m}$

للشكل كلّه $(\bar{x}, \bar{y}) = (-0.348, 1.22)$.

Example: locate the centroid $\bar{x}, \bar{y}$ for the Shaded area.



✱ أول خطوة بشوف التماثل -
وكمان بهاد المثال ما في تماثل
يعني بدي أروح على طريقة الكل

① بقسم الشكل لأجزاء أنا بعرف الـ Centroid إلها.

المسافة من Centroid الجزء للـ (y) — المسافة من Centroid الجزء للـ (x)

Part	A	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x}A$	$\bar{y}A$
① (4 × 12)	$4 \times 12 = \boxed{48}$	$\boxed{2}$	$6+2$ $\boxed{8}$	96	384
② (8 × 2)	$\boxed{16}$	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$	64	16
③ (4 × 8)	$\boxed{32}$	$2+8$ $\boxed{10}$	$\boxed{4}$	320	128
$\sum$	$\boxed{96}$			$\boxed{480}$	$\boxed{528}$

① $\bar{x} \sum A = \sum \bar{x} A$

$\bar{x}(96) = 480$

$\boxed{\bar{x} = 5 \text{ cm}}$

② $\bar{y} \sum A = \sum \bar{y} A$

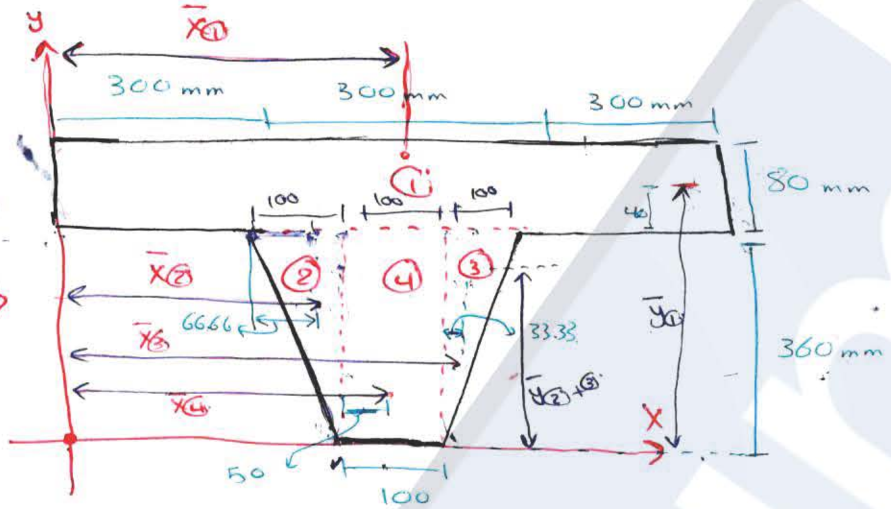
$\bar{y}(96) = 528$

$\boxed{\bar{y} = 5.5 \text{ cm}}$

$$(\bar{x}, \bar{y}) = (5, 5.5)$$

Example: locate the centroid $\bar{y}$ and $\bar{x}$ of the concreate beam having the tapered cross-section shown:-

* أول إشي بالسؤال هاد بدنا نفرض إنو مش معطيني محاور، أعتبرهم محاور وعشان هيك أنا بدي أرفع من عندي



① أول خطوة لفحص التماثل :-

① على الـ (X) ⇐ $\frac{400}{2}$ ⇐ بعمل محور على إرتفاع $\frac{400}{2}$ بلاقي إنو الي فوق لا يساوي التحت يعني إنو مش متماثل.

② على الـ (y) ⇐ $\frac{900}{2} = 450$ ⇐ بعمل محور، وبلاقي إنو اليمين بيساوي اليسار، وهو

$\boxed{\bar{X} = \frac{900}{2} = 450\ mm}$ ⇐ هيك أنا بكون طلعت $\bar{x}$ للشكل بضل علي أوجد الـ $\bar{y}$.

② ثاني إشي بقسم الشكل لأجزاء بعرفها :- وبعمل الجدول.

$\bar{X} = \frac{100}{3}$

$\bar{X} = 33.33$

بعد الزاوية القائمة بس أنا بدي إياها من الزاوية الكبيرة يعني $\bar{X} = \frac{2b}{3}$

$\bar{X} = 66.66$

Part	A	$\bar{X}$	$\bar{y}$	$\bar{X}A$	$\bar{y}A$
1	900*80 = 72000	450	40+360 = 400	32400000	28800000
2	$\frac{1}{2}$*100*360 = 18000	300+66.66 = 366.66	$\frac{360}{3}\times 2$ = 240	6599880	4320000
3	18000	500+33.3 = 533.33	240	9599400	4320000
4	100*360 = 36000	50+400 = 450	$\frac{360}{2}$ = 180	16200000	6480000
$\sum$	~~118000~~ 144000			~~53099280~~ 64799280	~~39240000~~ 43920000

① $\bar{X}A = \sum \bar{X}A$

$\bar{X} = \frac{64799280}{144000}$

$\boxed{\bar{X} = 450\ mm}$ ⇐ نفسها إلي طلعتها من التماثل.

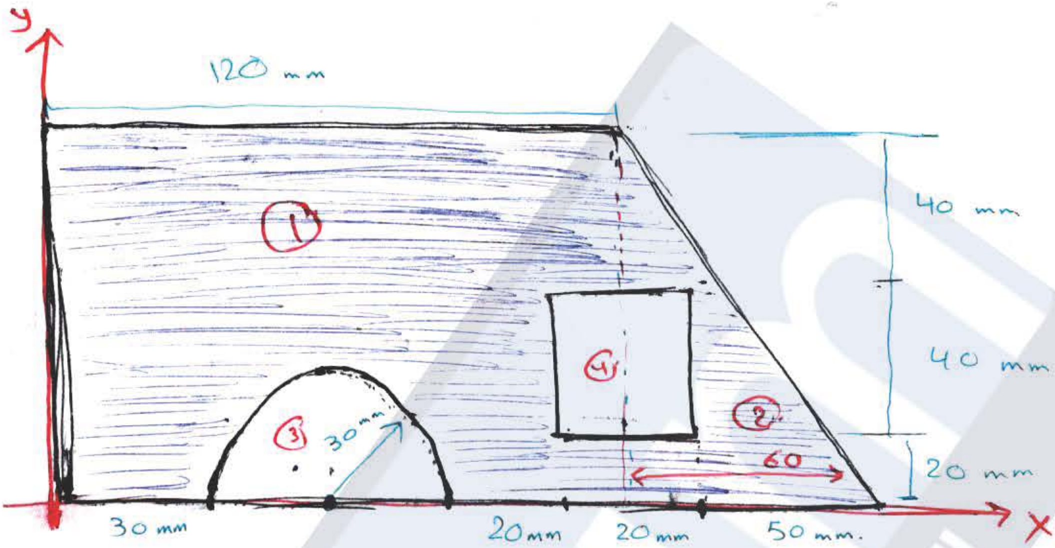
② $\bar{y}A = \sum \bar{y}A$

$\bar{y} = \frac{39240000}{144000}$

~~$\bar{y}$ = ... mm~~

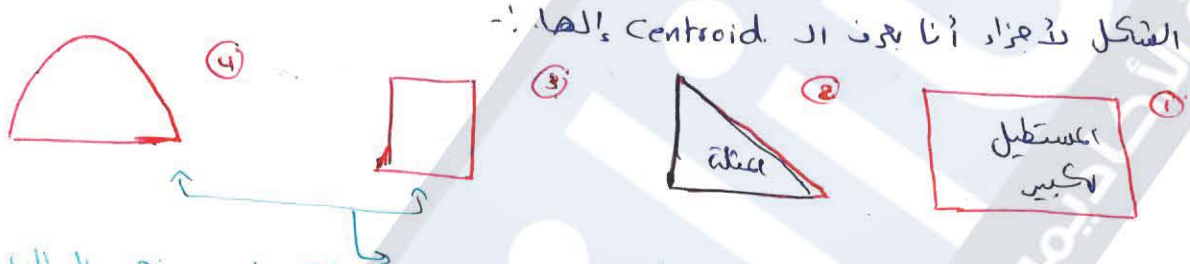
$\boxed{\bar{y} = 305\ mm}$

Example: locate the centroid of the Shaded area.:-



① بفحص الشكل:- ومن النظر بيبين إنو مش مقابل الشكل فحلول بروح على طريقة الكل:

② بقسم الشكل لأجزاء أنا بعرف ال Centroid إلها:-



ما بنسى إنو هدول لشيئين مش داخلات يعني بجمعهم بالسالب.

③ الجدول.

Part	A	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x}A$	$\bar{y}A$
①	$120 \times 100 = \boxed{12000}$	$\frac{120}{2} = \boxed{60}$	$\frac{100}{2} = \boxed{50}$	720000	600000
②	$\frac{1}{2} \times 60 \times 100 = \boxed{3000}$	$\frac{60}{3} + 120 = \boxed{140}$	$\frac{100}{3} = \boxed{33.33}$	420000	100000
③	$-\frac{\pi}{2} \times (30)^2 = \boxed{-1413.7}$	$30 + 30 = \boxed{60}$	$\frac{4r}{3\pi} = \boxed{\frac{4(30)}{3\pi}}$	$\boxed{-84822}$	−18000
④	$-20 \times 40 = \boxed{-800}$	$110 + 10 = \boxed{120}$	$20 + 20 = \boxed{40}$	−96000	−32000
Σ	$\boxed{12786.3}$			$\boxed{959178}$	$\boxed{680000}$

بجمع مع الإشارات.

① $\bar{x} \sum A = \sum \bar{x} A$

$$\bar{x} = \frac{959178}{12786.3}$$

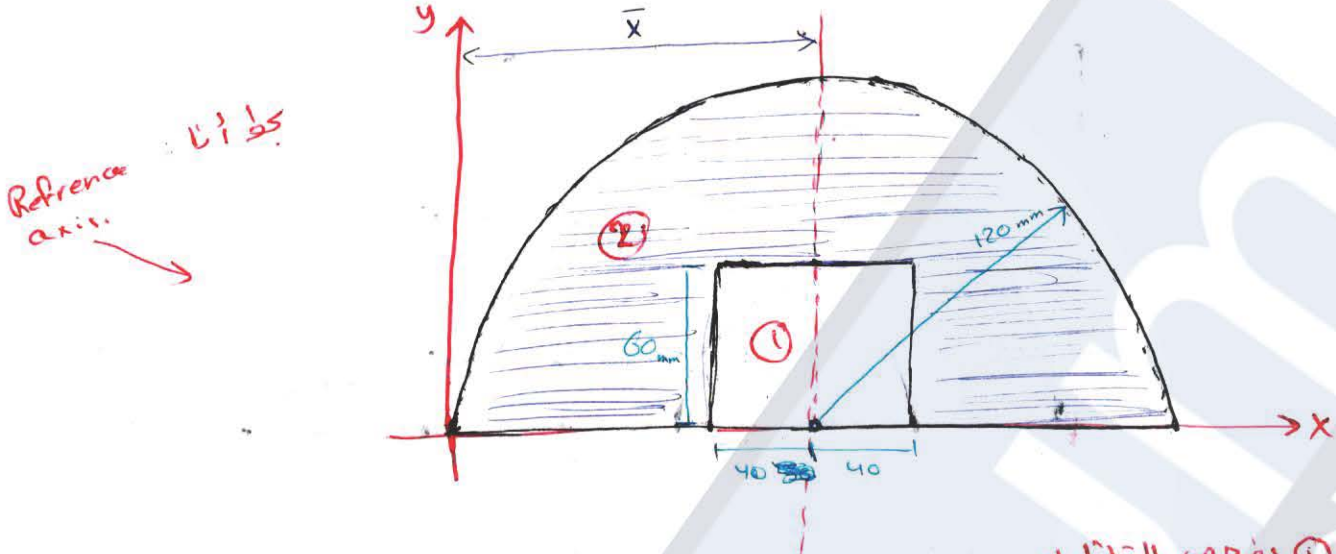
$$\boxed{\bar{x} = 75 \text{ mm}}$$

② $\bar{y} \sum A = \sum \bar{y} A$

$$\bar{y} = \frac{680000}{12786.3}$$

$$\boxed{\bar{y} = 50.83 \text{ mm}}$$

Example: locate the centroid $\bar{y}$ and $\bar{x}$ for the strut's cross-sectional area.



① بفحص التماثل :-

① على الـ (y) باخذ العرض وبقسمو على ② :-

$\frac{240}{2} \Rightarrow$ بجل محور على بعد $\boxed{120}$ ومنو بلاحظ إنو اليمين يشابه اليسار

بحلي $\boxed{\bar{x} = 120\ mm}$

هيك بكون طلعت $\bar{x}$ بضل علي أطلع ($\bar{y}$) .

② على الـ(x) باخذ الطول و بقسمو على ② :-

$\frac{120}{2} = 60$ ⇐ بجل محور على إرتفاع (60) ⇐ ومنو بلاحظ إنو مش متماثل على الـ(x)

وإذن بدي أطلع الـ ($\bar{y}$) عن طريق الكل .

وهون بجل جدول وبس نحط فيه $\bar{y}$ و A و $\bar{y}A$ وما نحط الـ $\bar{x}$ و $\bar{x}A$ لأنو أنا أصلاً أوجدت $\bar{x}$ عن طريق التماثل .

② الجدول . نقسم الشكل :- ① المربع وما بنس إنو مش داخل ② نص الدائرة .

Part	A	$\bar{y}$	$\bar{y}A$
①	$-60 \times 80 = \boxed{-4800}$	$\frac{60}{2} = \boxed{30}$	-144000
②	$\frac{\pi}{2}(120)^2 = \boxed{22619.467}$	$\frac{4r}{3\pi} = \frac{4(120)}{3\pi} = \boxed{51}$	1153599.6
Σ	$\boxed{17819.467}$		$\boxed{1009599.6}$

$$\bar{y}\Sigma A = \Sigma \bar{y} A$$

$$\bar{y} = \frac{1009599.6}{17819.467} \Rightarrow \boxed{\bar{y} = 56.65\ mm}$$

$\boxed{\bar{x} = 120\ mm}$ ⟸ عن طريق التماثل .

Chapter 10: Moment of inertia:

* هاد الـ "Chapter" ما راح يختلف كثير عن الـ "9" chapter هون في بهاد الشابتر جزئين

① الأشكال المنتظمة ② التكامل

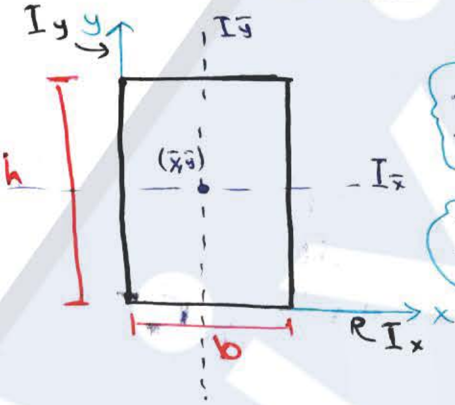
هاد اللي بيجي عليه بالامتحان.

كيف أول اشي بدنا نحفظ أكم قانون ونعرف كيف بدنا نتعامل معهم:

⇒ Moment of inertia ⇒ رمزو "$I_{(x)}$ أو (y)" ⇒ يعني لكل axis في إلو قيمة مختلفة.

① راح نبلش بالأشكال المنتظمة ونعرف كيف نتعامل معها وشو هم القوانين تبوعهم:

1 moment of inertia for rectangle.



$$I_{\bar{x}} = \frac{bh^3}{12}, \quad I_{\bar{y}} = \frac{hb^3}{12}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{3}, \quad I_y = \frac{hb^3}{3}$$

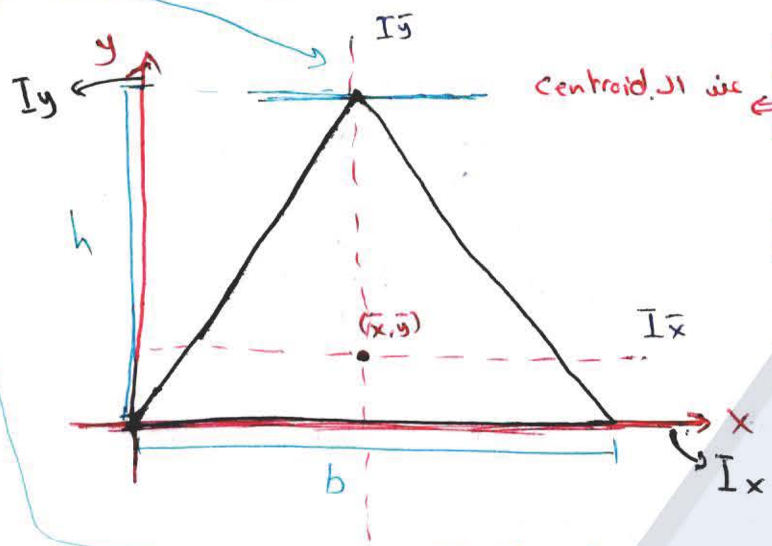
هدول حفظ

$I_{\bar{x}}, I_{\bar{y}}$ ⇒ moment of inertia about the centroidal axis.

* كيف بدنا نتعامل معهم: بيحكيلي بالسؤال أوجد الـ moment of inertia على الـ centroidal axis أو على $\bar{x}$ أو على $\bar{y}$ بستخدم القانون $I_{\bar{y}}$ و $I_{\bar{x}}$ هاد مباشرة.

⇐ لو ما طلبو على الـ $\bar{x}$ أو $\bar{y}$ وحكالي أوجدو على محور x أو y بستخدم القوانين الثانية I_x, I_y.

2 moment of inertia for triangles:



عند ال centroid ⇐

$$I_{\bar{x}} = \frac{bh^3}{36} \quad , \quad I_{\bar{y}} = \frac{hb^3}{36}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad , \quad I_y = \frac{hb^3}{12}$$

→ حفظ

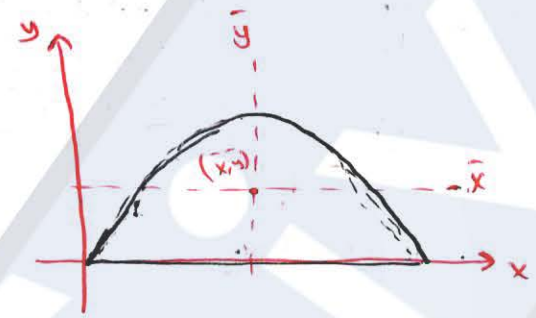
عند (x,y) ⇐

* حالة خاصة: لو حكالي أوجد ال I عند axis بيمرق برأس المثلث زي الي بالشكل (باللون الأخضر) بستخدم القانون هاد

$$I_x = \frac{bh^3}{3}$$

⇐ هلأ هدول هم الأشكال المهمة والأغلب بيجي عليهم و بضل في الدائرة بس ما بيجي عليها كتير.

3 moment of inertia for the semi-circle.



$$I_{\bar{x}} = \frac{\pi r^4}{8}$$

$$I_x = \frac{\pi r^4}{8} + \frac{8 R^4}{9\pi}$$

للدائرة الكاملة

$$I_{\bar{x}} = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$I_{\bar{y}} = \frac{\pi r^4}{4}$$

* بعد ما عرفنا هدول القوانين لازم نعرف كيف ممكن تيجي الأسئلة على هاد الموضوع: بيجي عنا شكل كبير زي الي كنا نوجدلو ال Centroid وبيطلب منا نوجد ال moment of inertia على axis هو بحددلي.

طيب هلأ أنا بعرف أطلع ال I_x و I_y للأشكال المنتظمة!! كيف بدي أطلعهم لشكل كبير:

⇐ تبع

⇐ ① باجي بقسم الشكل اللي معطيني إياه لأشكال أنا بعرف I_x و I_y إلها.

② بحسب $I_{\bar{x}}$ و $I_{\bar{y}}$ لكل جزء على الـ centroid تاع الجزء. هيك بكون طلّعت الـ $I_{\bar{x}}$ و $I_{\bar{y}}$ للجزء اللي عندي إياه طبعا ومش هاد المطلوب!!

⇐ المطلوب إنو أوجد الـ I_x و I_y للشكل كامل وعند axis هو محددو ومن هون بدي أعرف قانون إسمو "parallel axis theorem". هاد القانون بيحكي إنو بعد ما أوجد $I_{\bar{x}}$ و $I_{\bar{y}}$ لكل جزء أنا أخدتو بقدر أنقلو لعند الـ axis اللي هو طلبو مني. وبعد ما أنقل كل الـ $I_{\bar{x}}$ والـ $I_{\bar{y}}$ بجمع الـ I_x كالو والـ I_y كالو.

⇒ parallel axis theorem:

$$I_x = I_{\bar{x}} + d^2 A \qquad I_y = I_{\bar{y}} + d^2 A$$

بدها حفظ

Where:

$I_{\bar{x}/\bar{y}}$: moment of inertia on the $\bar{x}/\bar{y}$

يعني حتى على الـ $\bar{x}/\bar{y}$ للجزء اللي أنا ماخذو.

d : المسافة العامودية بين الـ $\bar{x}$ تاع الجزء اللي أوجدت عليه الـ $I_{\bar{x}}$ وبين الـ axis اللي طلب مني أوجد عليه I_x.

A : مساحة الجزء اللي عندي "اللي أنا بنقل فيه".

⇐ آخر إشي: كيف بيجي السؤال بالإمتحان:
بيجي شكل كبير وفيه أكثر من شكل منتظم من اللي أنا حفظ قوانين الـ centroid والـ I إلهم وبطلب مني أوجد الـ centroid للشكل كامل وبعدها أوجد الـ I للشكل كامل:

كيف: ① الـ centroid زي شابتر (9) ما بيختلف.

② الـ (I) ⇐ ① بطلع $I_{\bar{x}}$ و $I_{\bar{y}}$ لكل جزء منتظم لحالو.

② بنقلهم عن طريق (parallel axis theorem).

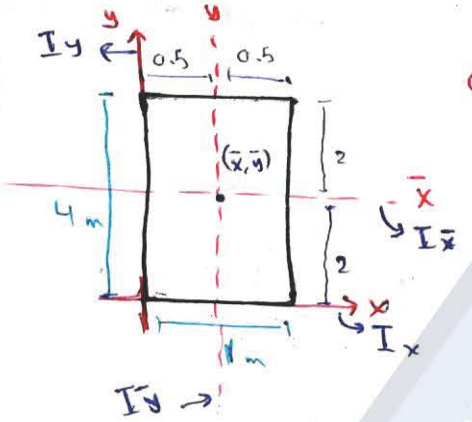
③ بجمع النتائج.

يتبع ⟹ Examples.

هلأ بدنا نوخذ أكم مثال سهلات مشان نعرف كيف بدنا نطلّع I وكيف بدنا ننقلو !-

Example: locate the centroid of this ~~rectangle~~ Shapes and determine the moment of inertia about the centroidal axis $\bar{x}, \bar{y}$ then determine the moment of about x and y-axis.

1



① centroid:-

$$\bar{x} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad , \bar{y} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\boxed{C = (0.5, 2)}$$

② $I_{\bar{x}}$ & $I_{\bar{y}}$

$I_{\bar{x}}$ for the rectangle $= \frac{bh^3}{12}$

$$\boxed{I_{\bar{x}} = \frac{(1)(4)^3}{12} = \frac{64}{12}\, m^4}$$

$I_{\bar{y}}$ for the rectangle $= \frac{hb^3}{12}$

$$\boxed{I_{\bar{y}} = \frac{(4)(1)^3}{12} = \frac{4}{12}\, m^4}$$

$I_x = \frac{bh^3}{3}$

$I_y = \frac{hb^3}{3}$ بقدر أوجدهم عن طريق القانون ← ③ I_x and $I_{\bar{y}}$

هون طلب إنو انقل الـ $I_{\bar{x}}$ و $I_{\bar{y}}$ على الـ x-axis والـ y-axis يعني بدي أروح على الـ "parallel axis theorem" !-

$$I_x = I_{\bar{x}} + d^2 A$$

أنا أوجدتها من الفرع ②

المسافة العامودية من $\bar{x}$ للـ x-axis وتساوي "2"

مساحة الشكل (المستطيل)

إذاً.

$$I_x = \frac{64}{12} + (2)^2 (4 * 1)$$

$$I_x = \frac{64}{12} + \frac{16}{1}\,\frac{*12}{*12}$$

$$I_x = \frac{256}{12}$$

$$\boxed{I_x = 21.333\ m^4}$$

$$I_y = I_{\bar{y}} + d^2 A$$

وهاي معي من الفرع ②

المسافة العامودية من $\bar{y}$ للـ y-axis

مساحة المستطيل.

إذاً

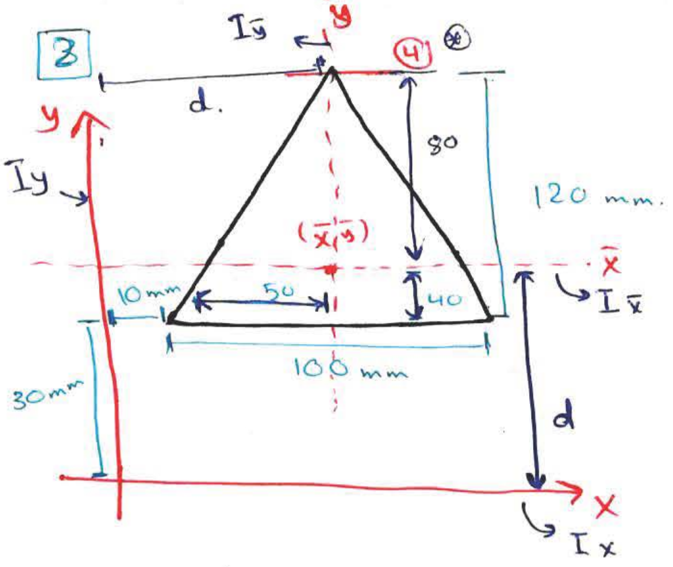
$$I_y = \frac{4}{12} + (0.5)^2 (4 * 1)$$

$$I_y = \frac{4}{12} + 1$$

$$I_y = \frac{16}{12}$$

$$\boxed{I_y = 1.333\ m^4}$$

3



① **Centroid.**

$$\bar{x} = \frac{100}{2} = 50 \text{ mm} \quad , \quad \bar{y} = \frac{120}{3} = 40 \text{ mm}$$

$$\boxed{C = (50, 40)}$$

② $I_{\bar{x}}$ and $I_{\bar{y}}$

$I_{\bar{x}}$ for the triangle $= \frac{bh^3}{36}$

$$\boxed{I_{\bar{x}} = \frac{(100)(120)^3}{36} = \cancel{144000000} \text{ mm}^4 \quad 4800000}$$

$I_{\bar{y}}$ for the triangle $= \frac{hb^3}{36}$

$$\boxed{I_{\bar{y}} = \frac{(120)(100)^3}{36} = \cancel{10000000} \text{ mm}^4 \quad 3333333.333}$$

ملاحظة كثير مهمة :- بالنسبة لعملية النقل على طريقة الـ parallel axis ... لما بينفع إني انقل I_x من مكان تحت الـ $\bar{x}$ أو الـ $\bar{y}$ لمكان فوقو من دون ما أمر بالـ $\bar{x}$ والـ $\bar{y}$ يعني لازم أمر فيهم.

③ I_x and I_y :- ⇒ وهون كمان أني ما غير طريق

وهلق طبقنا على الـ "parallel axis theorem" لأنو على القوانين تاعت I_x و I_y بكون أوجدت الـ moment of inertia على قاعدة المثلث وعلى طرفو بس بالسؤال هاد هو طلب على الـ x-axis والـ y-axis يعني لازم أنقل عن طريق الـ parallel axis :-

$$\Rightarrow I_x = I_{\bar{x}} + d^2 A$$

$$I_x = \cancel{144000000}\ 4800000 + (40+30)^2 \left(\tfrac{1}{2} * 100 * 120\right)$$

$$\boxed{I_x = \cancel{438000000} \text{ mm}^4} \Rightarrow 34200000$$

$$\Rightarrow I_y = I_{\bar{y}} + d^2 A$$

$$I_y = \cancel{10000000}\ 3333333.33 + (50+10)^2 \left(\tfrac{1}{2} * 100 * 120\right)$$

$$\boxed{I_y = \cancel{316000000} \text{ mm}^4} \Rightarrow 24933333.33$$

⊛ لو طلب مني I_x على قاعدة المثلث بقدر انقل عن طريق الـ parallel أو أستخدم القانون $I_x = \frac{bh^3}{12}$

⊛ لو طلب I_y على طرف المثلث بقدر أستخدم القانون $I_y = \frac{hb^3}{12}$

④ Find the moment of inertia about the axis through the vertix of the triangle :-

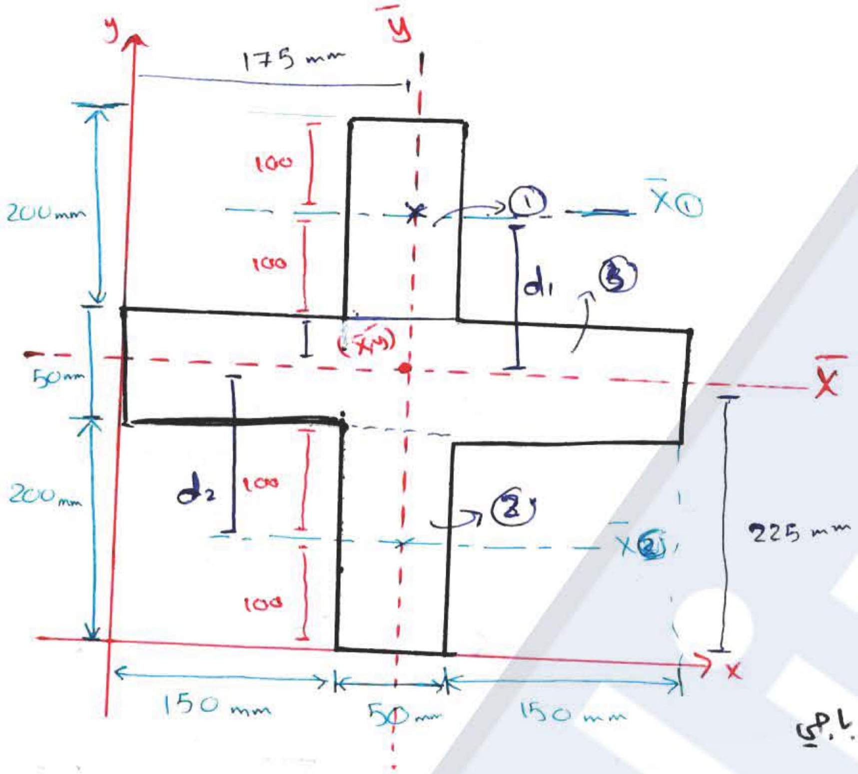
هون طلب I_x لما يكون المحور بمر من رأس المثلث بأمشي على نفس الطريقة وبطلع :-

$$I_{x_⊛} = I_{\bar{x}} + d^2 A$$

$$I_{x_⊛} = \cancel{144000000}\ 4800000 + (80)^2 \left(\tfrac{1}{2} * 100 * 120\right)$$

$$\boxed{I_{x_⊛} = \cancel{528000000} \text{ mm}^4} \Rightarrow 43200000 \text{ mm}^4$$

Example: locate the centroid and. Determine the moment of inertia about the centroidal axis $\bar{x}, \bar{y}$:-



① Centroid :-

$$\bar{X} = \frac{350}{2} = 175\,mm$$

$$\bar{y} = \frac{450}{2} = 225\,mm$$

② $I_{\bar{x}}$ & $I_{\bar{y}}$

بهاي الحالة هو معطيني
أكثر من شكل منتظم مع بعض فأنا باجي
بقسمو وباخذ كل جزء كال .

ثاني إشي بعد ما أقسم الشكل بوجد $I_{\bar{x}}$ لكل جزء كال !-

المستطيل رقم واحد ← ①

$$I_{\bar{x}_{①}} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(50)(200)^3}{12} = \boxed{33333333.33\ mm^4}$$

هاي قيمة $I_{\bar{x}_{①}}$ على ال centroid تاع المستطيل الأول.

⇐ بس مش هي المطلوبة هو بدو على الـ $\bar{x}$ تاعت الشكل كلو؟ يعني بدي أنقلها على $\bar{X}$!-

$$I_{x_{①}} = I_{\bar{x}_{①}} + d_1^2 A$$

إلمسافة العامودية من $\bar{X}$ للجزء لـ $\bar{x}$ للشكل كامل

$$I_{x_{①}} = 33333333.33 + (125)^2 (50 * 200)$$

$$\boxed{I_{x_{①}} = 189583333.3\ mm^4}$$

هاي قيمة $I_{x_{①}}$ ال moment of inertia للمستطيل الأول عند الـ $\bar{x}$ تاع الشكل كامل.

② $$I_{\bar{x}_{②}} = \frac{bh^3}{12} = \frac{50(200)^3}{12} = \boxed{33333333.33\ mm^4}$$

كمان بدي أنقلو لـ $\bar{x}$ للشكل كامل.

$$I_{x_{②}} = I_{\bar{x}_{②}} + d_2^2 A$$

$$I_{x_{②}} = 33333333.33 + (100+25)^2 (50 * 200)$$

$$\boxed{I_{x_{②}} = 189583333.3\ mm^4}$$

هاي عند الـ $\bar{x}$ للشكل كامل.

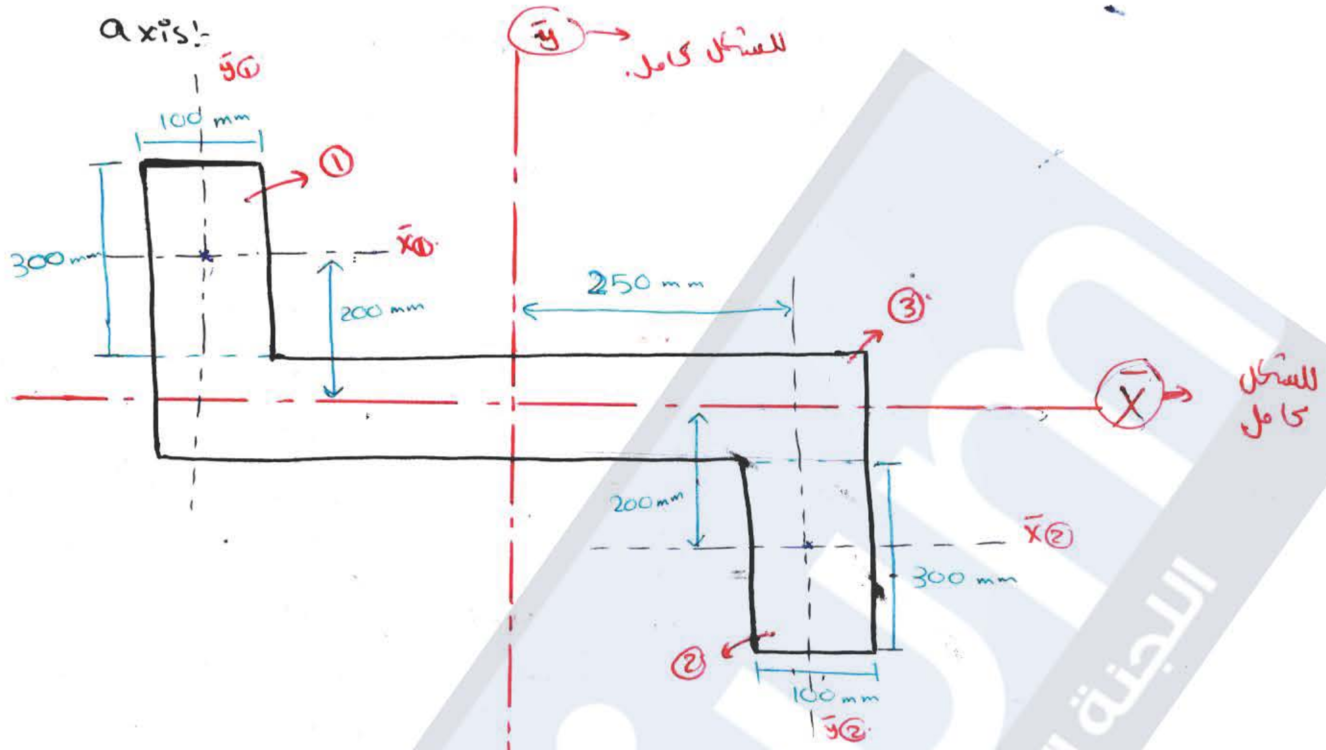
المستطيل رقم ③
بس أوجد الـ $I_{\bar{x}}$
إلو بكون هو
نفسو اللي موجود
على الـ $\bar{x}$ للشكل كامل
يعني ما بدي أنقلو ...
بطريقة ثانية .
$\boxed{d = 0}$

③ $$I_{\bar{x}_{③}} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(350)(50)^3}{12} = \boxed{3645833.333\ mm^4}$$

⇐ أخر إشي بجمع الإجابات:

$$I_{\bar{x}\,(\text{للشكل كامل})} = 382812499.9\ mm^4$$

Example: Find the moment of inertia x & y about a centroidal axis:-



*) طلب $I_{\bar{x}}$ للشكل كامل و $I_{\bar{y}}$ للشكل كامل عند ال centroidal axis ⇐ $\bar{x}, \bar{y}$

⇐ أول إشي بقسم الشكل لـ ٣ أجزاء :- ① و ② و ③

و بعدها بوجد $I_{\bar{x}}$ لكل جزء وبنقلو لعند $\bar{x}$ تاعت الشكل كامل عن طريق ال parallel axis theorem.

① *) $I_{\bar{x}_{①}} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(100)(300)^3}{12}$ → بدي أنقلها عند $\bar{x}$ تاع الشكل كامل.

$I_{x_{①}} = I_{\bar{x}_{①}} + d^2 A$ → المسافة من $\bar{x}_{①}$ لل $\bar{x}$

$= \frac{(100)(300)^3}{12} + (200)^2(100 * 300)$ ⇒ $\boxed{I_{x_{①}} = 1.425 * 10^9 \ mm^4}$

② *) $I_{\bar{x}_2} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(100)(300)^3}{12}$

$I_{x_{②}} = I_{\bar{x}_{②}} + d^2 A$

$= \frac{(100)(300)^3}{12} + (200)^2(100 * 300)$ ⇒ $\boxed{I_{x_{②}} = 1.425 * 10^9 \ mm^4}$

③ *) $I_{\bar{x}_{③}} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(600)(100)^3}{12} = \boxed{0.05 * 10^9 \ mm^4}$

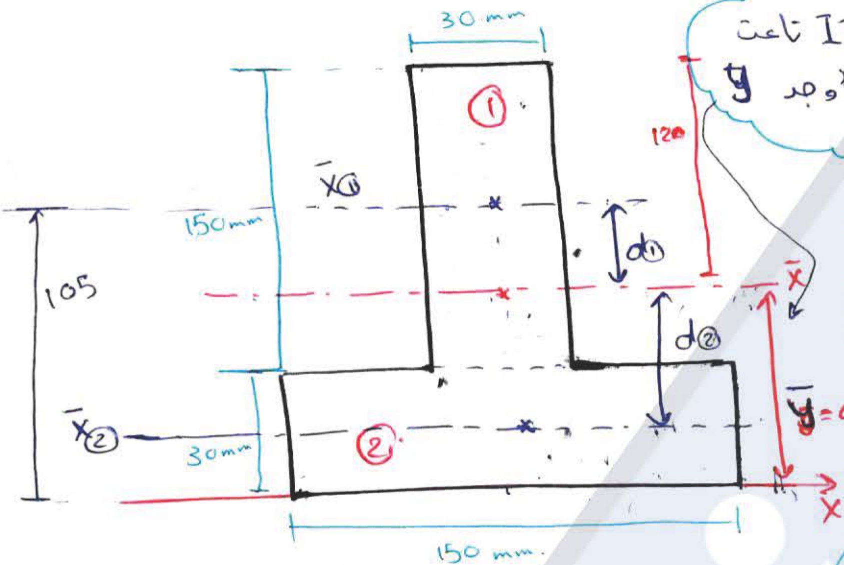
هلأ هاي مش محتاج أنقلها لأنو ال $\bar{x}$ تاع المستطيل رقم ③ هو نفسو ال $\bar{x}$ تاع الشكل كامل ⇐ d=0 .

أجزائي ⇐ $I_{x(total)} = I_{x_{①}} + I_{x_{②}} + I_{\bar{x}_{③}}$

$\boxed{I_{x(total)} = 2.9 * 10^9 \ mm^4}$

⇐ نفس الشغل بنعملو على ال ⓨ ⇐ الجواب بطلع $\boxed{I_{y(total)} = 5.6 * 10^9}$

Example: Determine the moment of inertia of the cross-sectional area of the T-beam with respect to $\bar{x}$-axis passing through the centroid of the cross-section.



شرح :- بهاد السؤال حكالنا بدو $I\bar{x}$ تاعت الشكل كلو . هون الفكرة إنو لازم أوجد $\bar{y}$ مشان أقدر أحل ليش !!!.

طيب إحنا لما بدنا نحل السؤال راح نقسمو لأجزاء ① و ② مثل ما في الشكل . وبعدها أوجد $I\bar{x}_{①}$ و $I\bar{x}_{②}$ و أنقلهم عند $\bar{x}$ تاع الشكل كلو وبعدها أجمع الناتج ؛ هون مشان أنقلهم لازم أكون عارف المسافة بين $\bar{x}$ للجزء و $\bar{x}$ للشكل كامل فمشان هيك لازم أطلع إرتفاع $\bar{x}$.

① centorid :- دهمني منو أعرف الإرتفاع يعني $\bar{y}$ ⇐ والشكل مش متماثل على الـ (x) إذاً لازم أروح على طريقة الكل :- بقسم الشكل :- ① ▯ ② ▭

جدول.

Part	A	$\bar{y}$	$\bar{y}A$
①	$30 \times 150 = 4500$	$\frac{150}{2} + 30 = 105$	472500
②	4500	$\frac{30}{2} = 15$	67500
Σ	9000		540000

$$\bar{y}\,\Sigma A = \Sigma \bar{y} A$$

$$\bar{y} = \frac{540000}{9000}$$

$$\boxed{\bar{y} = 60}$$

هاد هو ارتفاع الـ Centroidal axis ($\bar{x}$).

② $I\bar{x}$: بوجد لكل جزء لحال وبنقلو على $\bar{x}$ تاع الشكل كامل

$$I_{x_①} = I\bar{x}_{①} + d_{①}^2 A.$$

$$I_{x_①} = \frac{(30)(150)^3}{12} + (105 - 60)(30 \times 150)$$

$$I_{x_①} = 8437500 + 9112500$$

$$\boxed{I_{x_①} = 17550000 \text{ mm}^4}$$

الـ moment of inertia للمستطيل رقم ① عند الـ $\bar{x}$ للشكل كامل.

$$I_{x_②} = I\bar{x}_{②} + d_{②}^2 A$$

$$I_{x_②} = \frac{(150)(30)^3}{12} + (60 - 15)^2 (30 \times 150)$$

$$I_{x_②} = 337500 + 9112500$$

$$\boxed{I_{x_②} = 9450000 \text{ mm}^4}$$

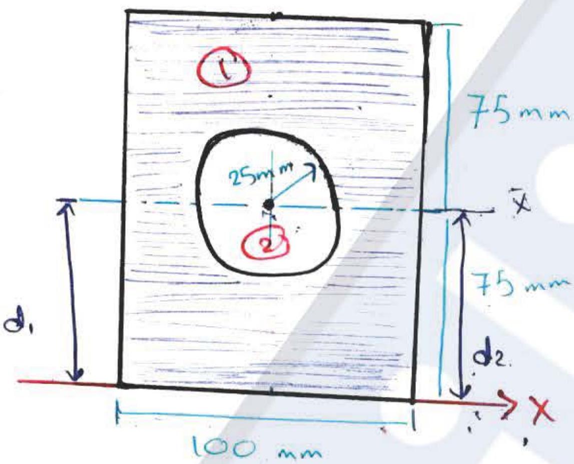
الـ moment ... للمستطيل رقم ② عند الـ $\bar{x}$ للشكل كامل.

$$\Rightarrow I_{\bar{x}(\text{total})} = I_{x_①} + I_{x_②} = 27000000 \text{ mm}^4$$

⇚ آخر فكرة بهاد الـ Chapter إنو لما يكون معطيني شكل كبير وجواته جزء مش داخل :- هون زي ماكنت أحسب الـ Centroid بـ Chapter (9) كنت أعوض الـ area اللي مش داخلة بالسالب .

وهون نفس الإشي بحسب الـ (I) للشكل كلو زي قبل والفكرة الجديدة إنو الجزء اللي مش داخل بعوضا بالـ (I) إلو بالسالب وبطرحها من المحصلة :- التوضيح بالمثال :-

Example: Determen the moment of inertia of the Shaded aree. about the x-axis.



* هون طلب أوجد الـ I_x للشكل كلو عند الـ x-axis :-
① بوجد $I_{\bar{x}}$ للمستطيل وبنقلها عند الـ x-axis
② بوجد $I_{\bar{x}}$ للدائرة وبنقلها عند الـ x-axis
وما بنسى إنو الدائرة مش داخلة يعني $I_{\bar{x}}$ إلها راح يكون سالب .
③ بجمع الجوابين مع الإشارة .

① $I_x \Rightarrow$ for the rectangle:-

$$I_{\bar{x}_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(100)(150)^3}{12}$$

بدي أنقلها الـ x

$$I_{x_1} = I_{\bar{x}_1} + d_1^2 A$$

$$I_{x_1} = \frac{(100)(150)^3}{12} + (75)^2(100 * 150) \Rightarrow \boxed{I_{x_1} = 112.5 * 10^6 \text{ mm}^4}$$

② $I_x \Rightarrow$ for the circle:-

$$I_{\bar{x}_2} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi(25)^4}{4}$$

بدي أنقلها

$$I_{x_2} = I_{\bar{x}_2} + d_2^2 A$$

$$I_{x_2} = \frac{\pi(25)^4}{4} + (75)^2(\pi * (25)^2) \Rightarrow \boxed{I_{x_2} = 11.4 * 10^6 \text{ mm}^4}$$

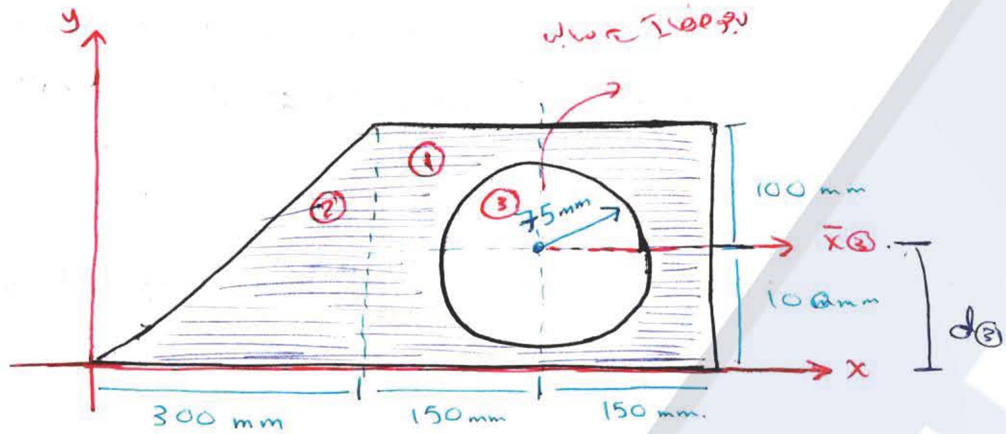
بجمعهم بس ما بنسى أعوض I_x تاعت الدائرة بالسالب لأنها مش داخلة .

مش داخلة

$$I_{x(total)} = I_{x_1} + I_{x_2}$$
$$= (112.5 * 10^6) + (-11.4 * 10^6) = \boxed{101 * 10^6 \text{ mm}^4}$$

Example :- Determine the moment of inertia of the composite ~~Boot~~ area about the x-axis.

جربو حلوة على ال y



* طلب هاد السؤال بحالات نفس الفكرة بدي أقسمو وأوجد ال I_x لكل جزء و I_x تاعت الدائرة بحسبها سالب لأنها مش داخلة.

⇐ هاد السؤال في طريقتين للحل :-

جربو حلوة على هاي. ① أول طريقة :- أحسب $I_{\bar{x}}$ لكل جزء وبعدها أنقلها على ال x-axis عن طريق ال parallel axis then، وبالنهاية بس أجمع I_x ⇐ بعوض I_x تاعت الدائرة سالب.

② ثاني طريقة :- إذا بنتذكر في بالقوانين الحفظ اللي معنا :-

$I_{\bar{x}} = \frac{bh^3}{36}$ ⇐ $\boxed{I_x = \frac{bh^3}{12}}$

$I_{\bar{x}} = \frac{bh^3}{12}$ $\boxed{I_x = \frac{bh^3}{3}}$

↳ أنا بجي بستخدم هدول على طول بدال ما أروح أطلع $\bar{x}$ وأنقلها.

⇐ بضل علي الدائرة ماني غير إنو بطلع $I_{\bar{x}}$ وبنقلها على ~~I_x~~ x-axis.

① $$I_{x①} = \frac{bh^3}{3} = \frac{(350)(200)^3}{3} = \boxed{800000000 \text{ mm}^4}$$

هاي ال moment of inertia تاعت المستطيل على ال x-axis.

② $$I_{x②} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(300)(200)^3}{12} = \boxed{200\,000\,000 \text{ mm}^4}$$

هاي ال moment of inertia تاع المثلث على ال x-axis.

③ $$I_{\bar{x}③} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi (75)^4}{4}$$ ⇒ هاي ال (I) للدائرة عند $\bar{x}$ فبدي أنقلها لل x-axis.

$$I_{x③} = I_{\bar{x}③} + d_3^2 A$$

$$I_{x③} = \frac{\pi (75)^4}{4} + (100)^2 (\pi * (75)^2) = \boxed{201565075.5 \text{ mm}^4}$$

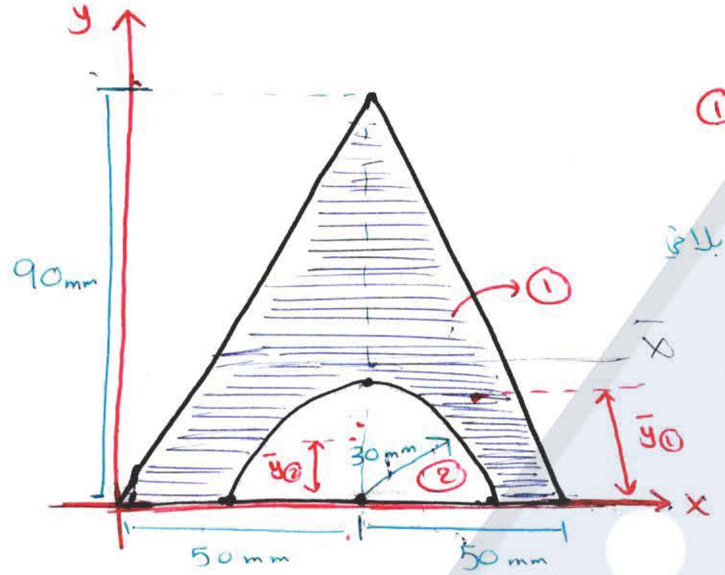
هاي ال moment of inertia تاع الدائرة عند ال x-axis.

then:- $$I_{x\,(total)} = I_{x①} + I_{x②} - I_{x③} = \boxed{798434924.5 \text{ mm}^4}$$

مش داخلة

Example: ① Determine the y-coordinate and x-coordinate of the centroid of the Shaded area.

② Calculate the moment of inertia of the Shaded area about x-axis.



① Centroid:-

* أول إشي نفحص التماثل :-

① على الـ (y) ⇐ $\frac{100}{2} = 50$ وبجل محور بلاقي

إنو اللي على اليمين نفس اليسار , إذاً

متماثل على الـ (y)

متماثل على الـ (y) ⇐ $\bar{x} = \frac{100}{2} = 50$

$\boxed{\bar{x} = 50}$

② على الـ (y) بآخذ $\frac{90}{2}$ وبجل

محور بلاقي إنو مش متماثل ⇐ إذاً

على طريقة الكل :-

Part	A	$\bar{y}$	$\bar{y}A$
①	$\frac{1}{2} * 100 * 90 = \boxed{4500}$	$\frac{90}{3} = \boxed{30}$	135 000
②	$\frac{1}{2} * \pi * (30)^2 = \boxed{-1414.3}$	$\frac{4(30)}{3\pi} = \boxed{12.74}$	-18016.6
Σ	$\boxed{3085.7}$		$\boxed{116983.4}$

② ⇐ $-\frac{1}{2} * \pi * (30)^2$

لأنها مش داخلة

$\bar{y} \Sigma A = \Sigma \bar{y} A$

$\bar{y} = \frac{116983.4}{3085.7}$

$\boxed{\bar{y} \approx 38 \text{ mm}}$

② I_x ⇒ :

* عندنا في للحل طريقتين زي امتحان القبل ! ① أوجد $I_{\bar{x}}$ لكل جزء وبعدها أنقلو على الـ x-axis عن طريق الـ ... Parallel .

② باستخدم القوانين اللي حافظهم !

بطلع الـ $I_{\bar{x}}$ ⇐ $\bar{x}$ $I_{\bar{x}} = \frac{\pi r^4}{4}$ x

$\boxed{I_x = \frac{\pi r^4}{4} + \frac{8r^4}{9\pi}}$

$\bar{x}$ x $I_{\bar{x}} = \frac{bh^3}{36}$

$\boxed{I_x = \frac{bh^3}{12}}$

بستخدم هدول وهيك بكون طلعت الـ I_x عطول بدون ما أنقل .

① $I_{x①} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(100)(90)^3}{12} = \boxed{6075000 \text{ mm}^4}$ → moment of inertia للمثلث عند الـ x-axis

② $I_{x②} = \frac{\pi r^4}{8} + \frac{8r^4}{9\pi} = \frac{\pi(30)^4}{8} + \frac{8(30)^4}{9\pi} = 547269.3743 \text{ mm}^4$

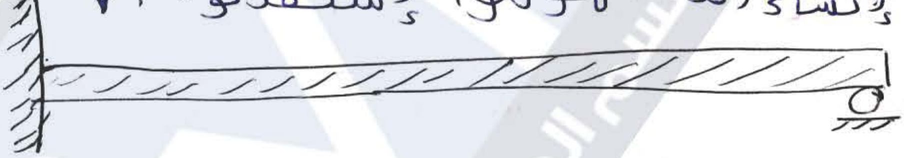
then :- $I_{x(total)} = I_{x①} - I_{x②} = 6075000 - 547269.3743 \text{ mm}^4$

لأنو الدائرة مش داخلة

$\boxed{I_{x(total)} = 5527730.626 \text{ mm}^4}$

Statics...
Civilium...
Mohamed salameh...
#

إنشاء الله تكونوا إستفدتوا . ♡



إدعولي

The End